



UNIVERSITETI NËNË TEREZA
УНИВЕРЗИТЕТ МАЈКА ТЕРЕЗА
MOTHER TERESA UNIVERSITY

UNIVERSITETI NËNË TEREZA – SHKUP
FAKULTETI I SHKENCAVE TË INFORMATIKËS
PROGRAMI STUDIMOR: MATEMATIKË - INFORMATIKË PËR
MËSIMDHËNIE
NIVELI MASTER

PUNIM MASTERI

PËRFSHIRJA E GEOGEBRËS NË TË MËSUARIT E VETIVE TË
DISA FIGURAVE GJEOMETRIKE NË RRAFSH NË SHKOLLË
TË MESME DHE KRAHASIMI ME METODËN KLASIKE TË
TË MËSUARIT

Mentori:
Doc. Dr. Teuta JUSUFI - ZENKU

Kandidati:
Bsc: Vesa MOLLAKUQE

Shkup, 2021

DEDIKIMI

Dedikuar nipit tim LordDian Telaku

ABSTRACT

The most influential books on geometry are those of Euclid called "Elements". In our century, in addition to classical learning, various interactive softwares are used in teaching geometry. Among them, we can mention GeoGebra.

GeoGebra is an interactive math measurement program that consists of teaching and learning from elementary to university level. This program is offered as a pedagogical and mathematical aid tool. GeoGebra helps in teaching math because by using this software, students see different mathematical formulas, algebraic and geometric presentations.

In this thesis, using GeoGebra software, the pedagogical, methodological, and statistical data into teaching circle properties are presented. The study involves 112 students. Of these 40% excellent, 35% average, 25% below average. The research aims to prepare high school students aged 15- 18, from grades 1, 2, 3, and 4 in teaching, working, and explaining geometry through GeoGebra software.

This content includes: circle, triangle, polygons – such as quadrilateral, and trapezoid.

Keywords: *GeoGebra, Circle, triangle, quadrangular, trapezoid, method, pedagogical aspect etc.*

ABSTRAKTI

Librat më me ndikim mbi gjeometrinë janë ata të Euklidit të quajtur "Elementet". Në shekullin tonë, përveç mësimit klasik, në mësimin e gjeometrisë përdoren programe të ndryshme interaktive – të tilla si GeoGebra.

GeoGebra është një program matës, ndërveprues i matematikës që konsiston në mësimdhënie dhe mësimnxënie nga niveli fillor deri në atë universitar. Ky program ofrohet si një mjet ndihmës pedagogjik dhe matematikor. GeoGebra ndihmon në mësimdhënien e matematikës, sepse duke përdorur këtë softuer, nxënësit shohin formula të ndryshme matematikore, prezantime algjebrike dhe gjeometrike.

Në këtë tezë, duke përdorur softuerin GeoGebra, paraqiten të dhënat pedagogjike, metodologjike dhe statistikore në të mësuarit e vetive të rrethit. Studimi përfshin 112 nxënës. Nga këta 40% janë nxënës të shkëlqyer, 35% nxënës mesatarë, 25% nxënës nën mesatare. Hulumtimi synon të përgatisë nxënës të shkollave të mesme të moshës 15-18 vjeç, nga klasat 1, 2, 3 dhe 4 në mësimdhënie, punën dhe shpjegimin e gjeometrisë përmes softuerit GeoGebra.

Kjo përmbajtje përfshin: rrethin, trekëndëshin, shumëkëndëshat – si katërkëndëshin dhe trapezin.

Fjalët kyçe: *GeoGebra, rreth, trekëndësh, katërkëndësh, trapez, metodë, aspekt pedagogjik etj.*

HYRJE

Gjeometria është një degë e matematikës që merret me format, madhësitë, pozicionin e figurës. Fjala gjeometri vjen nga gjuha greke "gjeo - tokë" dhe "metër - matje". Fillimet e para të gjeometrisë janë në Egjipt dhe Mesopotami. Matematikani grek Tales i Miletus përdori gjeometrinë për të zgjidhur probleme të tilla si distanca e anijeve nga bregu, lartësia e piramidave, etj.¹

GeoGebra u krijua në 2001/2002 nga Markus Hohenwarten. GeoGebra është softuer ndërveprues matematikor, që konsiston në mësimdhënie dhe mësimnxënie nga niveli fillor në atë universitar. Ky program sigurohet si një mjet ndihmës pedagogjik dhe matematikor. GeoGebra ndihmon në mësimin e matematikës, sepse duke përdorur këtë softuer, nxënësit shohin formula të ndryshme matematikore, prezantime algjebrike dhe gjeometrike. GeoGebra është softuer që mund të shkarkohet falas dhe mund të instalohet lehtësisht në kompjuterë ose pajisje të tjera inteligjente.² GeoGebra është softueri më i aplikuar dhe tërheqës për nxënësit dhe studentët. Përmes tij, nxënësit performojnë në ndërtimin e figurave, por edhe në kuptimin në një nivel shumë më të lartë të materialit.

Metoda klasike është e vjetëruar dhe për brezat e rinj mund të jetë edhe e paqartë dhe jo edhe aq tërheqëse. Në metodën klasike, nxënësit dhe studentët ndërtojnë dhe praktikojnë saktësisht figurat, por është e vështirë të kuptohen ato. Si rezultat, shanset për të hequr dorë nga mësimi janë të mëdha.³

Në pjesën e parë, janë trajtuar disa veti të rrethit, duke elaboruar rrethin, rrezen e rrethit, diametrin, këndin qendror, tangjentën e rrethit, etj. Çështje tjetër e analizuar, në detaj është tangjenta e rrethit dhe potencia e rrethit.

Pjesa e dytë, definon zbatimin e rrethit në shumëkëndështa të rregullt, duke analizuar rrethin e brendashkruar dhe të jashtashkruar në poligone të rregullta.

¹Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe "Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA softëare, Toëards Suistanable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

²Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe "Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA softëare, Toëards Suistanable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

³Vesa Mollakuqe, Shpetim Rexhepi, Egzona Iseni, Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison ëith the Classical Method of Teaching, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616 <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Pjesa e tretë, jep detaje rreth performancës së nxënësve ndaj gabimeve themelore, të cilat i bëjnë ata në konstruktive në klasa. Duke treguar karakteristikat e poligoneve, nxënësit gjatë metodës klasike të mësimin, bënë disa gabime gjatë konstruktiveve në klasë.

Pjesa e katërt, trajton në detaje aplikimin e ngjajshmërisë të rrethit, pasuar në trajtimin e trekëndëshit, katërkëndëshit dhe trapezit, si kapituj të ndarë.

Teza e masterit mbështetet në rezultate të nxjerra duke zbatuar metodat klasike të mësimdhënies dhe metodën moderne, e mbështetur nga softuerët e tillë si GeoGebra. Konkluzionet dhe punët e së ardhmes të cilat janë gjetur, janë paraqitur në mënyrë statistikore përmes histogrameve dhe veglave të tjera ndihmëse.

PËRMBAJTJA

DEDIKIMI.....	2
<i>[plotesohet para shtypjes]</i>	Error! Bookmark not defined.
ABSTRACT.....	3
ABSTRAKTI.....	4
HYRJE.....	5
Qëllimi i hulumtimit.....	9
Metodologjia.....	11
Pyetjet hulumtuese.....	12
SHQYRTIMI I LITERATURËS.....	13
SOFTUERI GEOGEBRA.....	16
1. DISA VETI TË VIJËS RRETHORE.....	18
1.1. Tangjenta e rrethit.....	29
2. ZBATIMI I RRETHIT NË SHUMËKËNDËSHA TË RREGULLT.....	31
3. DISA GABIME QË BËJNË NXËNËSIT GJATË KONSTRUKTIMEVE.....	35
4. TREKËNDËSHI.....	41
4.1. Mediana.....	41
4.2. Ortoqendra.....	44
4.3. Rrethi i brendashkruar.....	47
4.4. Rrethi i jashtashkruar.....	49
5. KATËRKËNDËSHI.....	52
6. TRAPEZI.....	54
6.1. Brinjët e një trapezi.....	54
6.2. Këndet e një trapezi.....	55

7. HULUMTIMI, OBJEKTI I HULUMTIMIT, MOSTRA, REZULTATET, KOMENTIMI I REZULTATEVE	58
8. PËRFUNDIME.....	63
LITERATURA DHE REFERENCA	64
LISTA E FIGURAVE.....	72
LISTA E TABELAVE.....	74

Qëllimi i hulumtimit

Duket se zhvillimi i teknologjisë i ka dhënë një goditje të fortë leximit klasik të librave. Në këtë mënyrë, bëhet gjithnjë e më e vështirë për mësuesit të sigurojnë cilësi në të mësuar për të gjithë nxënësit njësoj. Bazuar në këtë, çdo ditë hasim fenomenin se si nxënësit gjithnjë e më shumë po largohen nga të mësuarit, ndërsa gjithnjë e më shumë zhyten në përdorimin e teknologjisë. Nëse një nxënës, ndërmjet moshës 15 dhe 18 vjeç, merret 5 dekada më parë, ne shohim që ky nxënës kalon kohën e lirë jashtë shtëpisë dhe kohën e tij të të mësuarit e kalon në shtëpi, ku burimi i vetëm për të mësuar ishte libri. I njëjti nxënës në ditët e sotme, nuk ndan kohën e mësimit dhe kohën e lirë, pasi teknologjia, (telefoni, kompjuteri, ...), i ofron të gjitha në të njëjtën kohë dhe në të njëjtin vend. Pra, për një nxënës, pasi ai ose ajo përballet me këto përvoja, qoftë me dashje ose pa dashje, (sipas mendimit të tij, ato janë përvoja të mira), atëherë është pothuajse e pamundur ta bindësh të mësojë nga libri dhe të mënjanojë telefonin.

Në përgjithësi, hulumtimet tregojnë se nxënësit janë shumë të gatshëm të mësojnë gjeometrinë përmes softuerit GeoGebra. Ata janë shumë më kuriozë dhe frekuentimi i shkollës është shumë më i lartë. Të menduarit, të kuptuarit dhe interesimi janë shumë më të lartë, kur punohet përmes këtij softueri.

Forma klasike, mjetet gjeometrike janë shumë të përshtatshme për mësimdhënie dhe mësimnxënie. Por, probabiliteti i gabimit është shumë i lartë. Pasiguria, ngecja gjatë konstruktiveve, heqja dorë nga mësimet, së bashku me idenë se të mësuarit është i vështirë, janë disa nga karakteristikat e nxënësve, veçanërisht mesatarët dhe ata nën mesataren.

Nxënësit mbi mesataren nuk kanë probleme me asnjë formë të shpjegimit. Hulumtimet tregojnë se eksplorimi i GeoGebra tërheq më shumë nxënës për të mësuar matematikën. Prezantimi i vetive të rrethit përmes GeoGebra, për nxënësit është shumë i qartë dhe i bëri ata shumë kuriozë. Lënda e kërkimit të këtij studimi është pikërisht krahasimi i këtyre dy formave të mësimit, në struktura të ndryshme të nxënësve.

Substanca, lënda e kërkimit apo qëllimi në këtë tezë, qëndron mbi njohjen e formës klasike dhe të moderuar të mësimdhënies dhe mësimnxënies.

Janë testuar disa nga pyetjet hulumtuese që janë ngritur. Duke përdorur qasjen sasiore jemi munduar të paraqesim në mënyrë grafike përpunimet e nxjerra. Në rastin e studimit është përdorur dhe qasja mikse. Qasja metodike normative është përdorur për të konsistuar në atë “si duhet të jetë” dhe “si është” gjendja e formës klasike dhe të moderuar të mësimdhënies dhe mësimnxënies.

Metodologjia

Gjatë gjithë kohës më është dashur që të mbledh informacione rreth koncepteve gjeometrike dhe matematikore, duke u konsultuar me literaturën e shkarkuar nga interneti, si dhe duke u konsultuar me mentorin kam arritur të nxjerr në pah këtë punim.

Punimi qëndron në nxjerrjen e rezultateve rreth efikasitetit, funksionalitetit dhe përdorimit sa më cilësor të formës klasike dhe moderne të mësimdhënies dhe mësimnxënies – me fokus në lëminë e matematikës.

Janë përdorur dy metoda:

1. Metoda e kërkimit primar, si dhe
2. Metoda e kërkimit dytësor.

Pyetjet hulumtuese

Pyetjet hulumtuese do të jenë të lidhura me hulumtimet dhe kërkimet. Duke u bazuar në të dhënat primare dhe në të dhënat sekondare, si dhe duke shprehur mendimet e mia personale, në bazë të hulumtimit të analizuar, është parashtruar hipoteza:

Forma e modernizuar e të mësuarit të matematikës ndikon te nxënësit në konceptimin dhe nxënien e mësimeve.

Për të arritur rezultate, janë gjeneruar katër pyetjet hulumtuese:

1. Si ndikon forma klasike e të mësuarit te nxënësit?
2. Si ndikon forma e modernizuar e të mësuarit te nxënësit?
3. Cila formë e mësimit rrit cilësinë?
4. Si të përmirësohet cilësia ndaj mësimit të matematikës duke përdor softuer?

SHQYRTIMI I LITERATURËS

Pas publikimit të të dhënave nga organizata të ndryshme që merren me cilësinë e mësimdhënies dhe mësimnxënies, një trend i ri për performancën e nxënësve në mbarë botën u theksua me përdorimin e teknologjisë. Për më tepër, edhe të dhënat nga Programi për Vlerësimin e Studentëve Ndërkombëtarë (PISA), treguan se afërsisht 30% e nxënësve të nivelit fillor dhe të mesëm paraqiten si të aftë në matematikë, nëse nuk përdorin softuera për ndihmën e procesit të të nxënësve.⁴ Aftësia në matematikë përcaktohet si një gjendje e njohjes së koncepteve, procedurave dhe strategjive specifike që janë të përshtatshme, gjatë përzgjedhjes dhe zbatimit të tyre për të zgjidhur problemet.

Sipas Schmidt, arsyeja e performancës së ulët të nxënësve ka të bëjë me mënyrën e mësimdhënies së përmbajtjes matematikore në klasa.⁵

Në vendet ku performanca e nxënësve është e lartë, nxënësve u mësohen më pak tema koherente në secilën klasë, por në thellësi më të madhe.

Për më tepër, në vendet me performancë të lartë, mësuesit kalojnë javë në një koncept, ku nxënësit mësojnë, zhvillojnë ide dhe përdorin strategji për të zgjidhur problemet.

Përdorimi i teknologjisë në mësimdhënien e matematikës

Përdorimi i teknologjisë është bërë pjesë e jetës së përditshme; kështu, lejimi i nxënësve për të përdorur teknologjinë në klasë, mund të lejojë që edhe ata të përfitojnë gjatë arsimimit, ku sipas Bloemsmas, nxënësit duhet të përdorin teknologjinë si një mjet për zgjerimin e kuptimit të tyre të koncepteve matematikore.

Ka disa studime që përqendrohen në angazhimin e nxënësve me matematikën dhe zbuluan se nxënësit janë më shumë interaktiv kur përdornin teknologjinë (Haydon et al., 2012; Perry & Steck, 2015).⁶ Teknologjia gjithashtu ka treguar se ka një efekt pozitiv kur integrohet në udhëzimet bazë, ose përdoret në aktivitete gjeometrike (Haydon et al., Kutluca, 2013; 2012;

⁴Ashley Rose Martinez, *The Effects of Using GeoGebra on Student Achievement in Secondary Mathematics*, Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Arts in Education, California State University, Monterey Bay May 2017

⁵Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2012). *Curricular coherence and the common core state standards for mathematics*. Educational Researcher, 41(8), 294-308

⁶Haydon, T., Hawkins, R., Denune, H., Kimener, L., McCoy, D., & Basham, J. (2012). *A comparison of iPads and worksheets on math skills of high school students with emotional disturbance*. Behavioral Disorders, 37(4), 232-243.

Perry & Steck, 2015). Prandaj, teknologji të tilla si iPad janë bërë mjet i popullarizuar kur japin mësim, pasi ato kanë disa aplikacione që mund të përdoren në arsim (Perry & Steck, 2015).⁷

Përdorimi i iPad-ve

IPad, siç përshkruhet nga Vu (2013), u krijua nga Apple Inc., si një linjë kompjuterësh tablet, që përdoren si platformë për multimedia (d.m.th., muzikë, libra, lojëra dhe ueb faqe). Ekzistojnë dy modele të iPad-ve; e para ka vetëm lidhje të dhënash Wi-Fi, e cila lejon përdoruesin të shfletojë internetin, të ngarkojë dhe transmetojë media dhe të instalojë softuer. Modeli tjetër ka lidhje Wi-Fi dhe 3G me të dhëna wireless. Ky model kërkon një plan të dhënash përmes kompanive të rrjetit (p.sh., Verizon dhe AT&T).⁸ Ndërsa përdorimi i iPad-ve është rritur në të gjithë botën, gjithnjë e më shumë shkolla po integrojnë iPad në programin mësimor. Për më tepër, ndërsa përdorimi i iPad-it po rritet edhe numri i aplikacioneve (d.m.th., softueri i krijuar për tu ekzekutuar në iPad) të disponueshëm për shkarkime rritet.

Sipas Bloemsma, ka mbi 20,000 aplikacione arsimore që mund të përdoren në iPad.

Zbatimi i iPad-ve në klasë, ka potencialin për t'i mbajtur nxënësit të angazhuar në mësimin e koncepteve matematikore. Studimet kanë treguar se nxënësit janë më të angazhuar duke punuar me iPad (Haydon et al., 2012; Kim, Chacko, Zhao, & Mantclare, 2014; Liu, 2013).⁹

Sidoqoftë, ka disa studime që nuk tregojnë prova se nxënësit mësojnë më shumë kur përdorin iPad (Bloemsma, 2013; Perry & Steck, 2015). Ka rezultate të përziera në lidhje me iPad-et. Rezultatet e përziera mund të vijnë si pasojë e pa përvojës në përdorimin e iPads dhe mungesa e trajnimit për integrimin e iPad tek mësuesit.

Sipas disa studimeve, nxënësit përdorin iPad më shumë për marrjen e shënimeve, gjetjen e hulumtimeve dhe leximi (Alon et al., 2015; Bloemsma, 2013; Dogan, 2012; Maxwell & Banerjee, 2013).¹⁰

⁷Haydon, T., Hawkins, R., Denune, H., Kimener, L., McCoy, D., & Basham, J. (2012). *A comparison of iPads and worksheets on math skills of high school students with emotional disturbance*. Behavioral Disorders, 37(4), 232-243.

⁸Vu, P. H. (2013). *An inquiry into how iPads are used in classrooms*. (Doctoral Dissertation) Retrieved from <http://www.eric.ed.org>.

⁹Bloemsma, M. S. (2013). *Student engagement, 21st century skills, and how the iPad is...* (Doctoral Dissertation). Retrieved from ProQuest, UMI Dissertation Publishing. (Accession: 3566043).

¹⁰Bloemsma, M. S. (2013). *Student engagement, 21st century skills, and how the iPad is...* (Doctoral Dissertation). Retrieved from ProQuest, UMI Dissertation Publishing. (Accession: 3566043).

Një mënyrë që mësuesit të mund të përdorin iPad-in në shkollë, është përmes aplikimit të një programi si GeoGebra.

GeoGebra

Aplikacioni i zgjedhur për këtë studim ishte GeoGebra, i cili është një softuer matematikor që mund të përdoret falas (IGI, 2016).¹¹ GeoGebra është softuer që ka veçori gjeometrike dhe algjebrike. GeoGebra u zhvillua për herë të parë si një softuer vetëm për përdorim kompjuteri, por më vonë u adaptua në një aplikacion të arritshëm në të dy verzionet:

1. Kompjuter dhe
2. pajisje të tjera mobile (p.sh., telefoni inteligjent ose iPad).

Sipas Kutluca (2013), duke përdorur GeoGebra në një shkollë të mesme, ku mësohet lënda e gjeometrisë, nxënësit do të kenë efekte pozitive në lidhje me mësimin dhe kuptimin e gjeometrisë; bazuar në nivelet e Van Hiele (1999)¹² studime të tjera vunë në dukje se GeoGebra ka një efekt pozitiv tek nxënësit, në kuptimin e koncepteve të gjeometrisë; siç janë format dhe mënyrat e të menduarit për gjeometrinë (Kutluca, 2013; Ljajko & Ibro, 2013; Saha, Ayub, & Tarmizi, 2010).¹³

¹¹International GeoGebra Institute (IGI). (May 2016). *GeoGebra (Version 5.0.232)* [Mobile application software]. Marrë nga: <https://itunes.apple.com/us/app/geogebra/id687678494?mt=8>

¹²Kutluca, T. (2013). *The effect of geometry instruction with dynamic geometry software; GeoGebra on Van Hiele geometry understanding levels of students*. Educational Research and Reviews, 8, 1509-1518.

¹³Vu, P. H. (2013). *An inquiry into how iPads are used in classrooms*. (Doctoral Dissertation) Retrieved from <http://www.eric.ed.org>.

SOFTUERI GEOGEBRA

GeoGebra është një softuer i cili përdoret në fushën e matematikës, respektivisht në gjeometri, algjebër dhe kalkulus. Softueri GeoGebra përdoret si një alternativë apo si program kompjuterik për të integruar teknologjinë në mësimdhënie dhe mësimnxënie të matematikës.¹⁴

Simbolet dhe grafikët e përdorur në matematikë, janë krijuar nga softueri GeoGebra, për të ndihmuar mësuesit në përshkrimin e koncepteve dhe procedurave matematikore. Përveç kësaj, softueri GeoGebra lehtëson procesin e mësimdhënies së gjeometrisë, algjebërës dhe kalukulusit.

Softueri ofrohet falas duke u mundësuar nxënësve që të shkarkojnë me lehtësi materiale mësimore; kështu që, mund të përdoret si një detyrë shtëpie e bazuar në kompjuter.¹⁵

Shkarkimi i softuerit fillon duke hapur një shfletues uebi dhe duke shkuar në <https://www.geogebra.org/>. Po ashtu, qaseni edhe në forume, ku zakonisht në këto forume merrni "mbështetje teknike" ose "shërbim ndaj klientit".

Softueri GeoGebra i njohur si softuer që ofron njohjen dinamike të matematikës, ofron gjashtë pikëpamje të ndryshme.

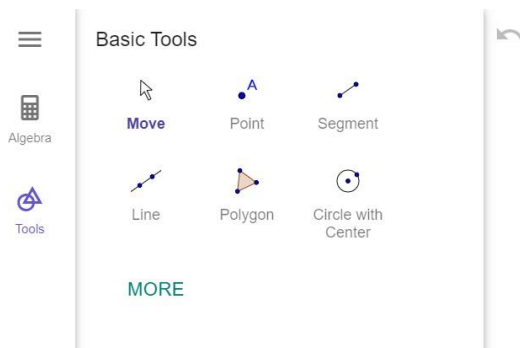


Figura 1. Paneli i softuerit GeoGebra¹⁶

Materialet e mësimdhënies dhe të nxënit të softuerit, janë lehtësisht të arritshme dhe të gjera për të ndihmuar nxënësit në mësimin e tyre dhe për të ndihmuar mësuesit në mësimdhënien e tyre.

¹⁴<https://www.geogebra.org/about>

¹⁵ Hutkemri Zulnaidi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics*, <https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>

¹⁶<https://www.geogebra.org/about>

Përdorimi i GeoGebrës në mësimdhënien dhe të nxëniet e matematikës, është një nga qasjet e reja e cila përpiket të krijojë një mjedis kuptimplotë të të mësuarit.¹⁷

Përveç kësaj, softueri është shumë i dobishëm në shpjegimin e koncepteve dhe procedurave përmes grafikëve, imazheve dhe simboleve të krijuara. Përdorimi i softuerit GeoGebra do të krijonte një mjedis të favorshëm për të mësuar, pasi është një teknologji arsimore shumë dinamike, me potencialin për të ndihmuar nxënësit në eksplorimin e tyre matematikor.¹⁸

Softueri GeoGebra i përdorur nga studiuesi, mund të përdoret në shkolla, klasa dhe çdo mjedis arsimor, me qëllimin kryesor të ndihmojë në rritjen e njohurive, koncepteve dhe procedurave matematikore, duke përdorur simbole, formula, tabela, grafikë, numra dhe ekuacione të cilat janë krijuar në mënyrë inteligjente.¹⁹

GeoGebra është një komunitet në zgjerim të shpejtë, me miliona përdorues, të vendosur në pothuajse çdo vend. GeoGebra është bërë ofruesi kryesor i softuerit dinamik të matematikës, duke mbështetur arsimin, teknologjinë, inxhinierinë dhe matematikën dhe inovacionet në mësimdhënie dhe mësimnxënie në të gjithë botën.²⁰

Karakteristikat kryesore të softuerit janë:

- ✓ Gjeometria, Algjebra dhe Spreadsheet janë të lidhura dhe plotësisht dinamike;
- ✓ Ndërfaqe e lehtë për t'u përdorur;
- ✓ Mjet autorizimi për të krijuar burime interaktive të të mësuarit si faqe në internet;
- ✓ Në dispozicion në shumë gjuhë;
- ✓ Softuer i disponueshëm falas për përdoruesit jo-komercialë²¹.

¹⁷ Hutkemri Zulnaidi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics*, <https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>

¹⁸ Hutkemri Zulnaidi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics*, <https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>

¹⁹ Hutkemri Zulnaidi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics*, <https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>

²⁰<https://www.geogebra.org/about>

²¹<https://www.geogebra.org/about>

1. DISA VETI TË VIJËS RRETHORE

Bashkësia e pikave të vijës rrethore dhe e pikave brenda saj, quhet rreth.

Bashkësia e pikave të një rrafshi, që kanë largësi të barabartë nga një pikë e tij, quhet vijë rrethore.

Pjesa e vijës rrethore ndërmjet çfarëdo dy pikave të saj quhet hark rrethor.

Segmenti që bashkon dy pika të vijës rrethore, quhet kordë.

Korda që kalon nëpër qendër të vijës rrethore, quhet diametër.

Gjatësia e vijës rrethore quhet perimetër i rrethit.

Drejtëza që ka vetëm një pikë të përbashkët me vijën rrethore quhet tangjentë.

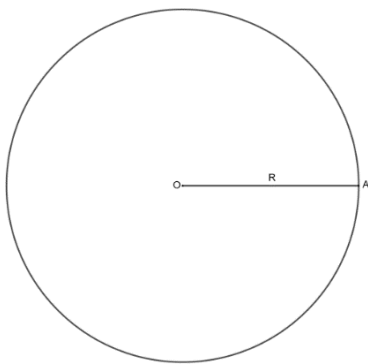
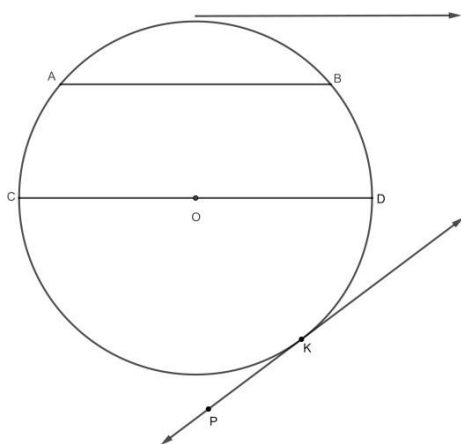


Figura 2. Qendra e rrethit²²

O , qendra
 $OA = R$, radius

²²John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

Rrethi është figura gjeometrike e përbërë nga të gjitha pikat e planit, që kanë të njëjtën largesë (të dhënë) nga një pikë fikse (e dhënë). Pika fikse e dhënë quhet qendër e rrethit.²³(figura 2)



AB , arc
 AB , chord
 PK , tangjenta
 $[CD]$, diametri

Figura 3. Harku, korda, tangjenta, diametri²⁴

Harku rrethor: Le të jenë A dhe B dy pika të rrethit me qendër në pikën O . Pikat A dhe B e ndajnë rrethin në dy pjesë. Secilën prej këtyre dy pjesëve e quajmë hark rrethor. (figura 3)²⁵

Korda e rrethit: Segmenti i cili i bashkon dy pika të rrethit e quajmë kordë të rrethit. (figura 3)²⁶

Tangjenta: Tangjentë e rrethit quhet drejtëza e cila e takon rrethin në një pikë. Pika në të cilën tangjenta e takon rrethin quhet pika e takimit. (figura 3)²⁷

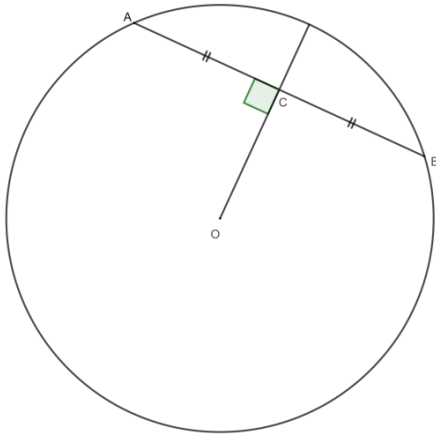
²³Zejnnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

²⁴John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

²⁵Zejnnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

²⁶Zejnnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

²⁷Zejnnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005



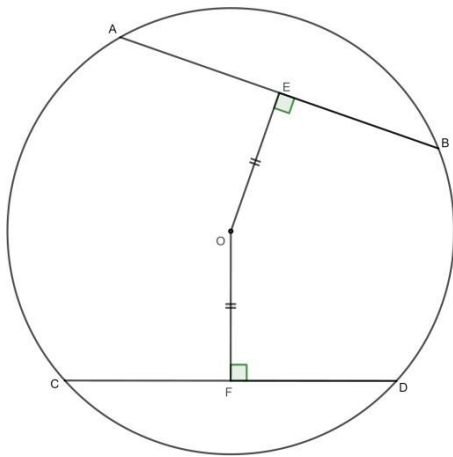
$$OC \perp AB \Leftrightarrow |AC| = |CB|$$

Figura 4. Segmenti AB - Tetiva e rrethit²⁸

Tetiva e rrethit: Segmenti i cili i bashkon dy pika të rrethit e quajmë tetivë të rrethit. Diametri i rrethit është, pra, një tetivë e rrethit, e cila kalon nëpër qendrën e rrethit. (figurat 4 dhe 5)²⁹

²⁸John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

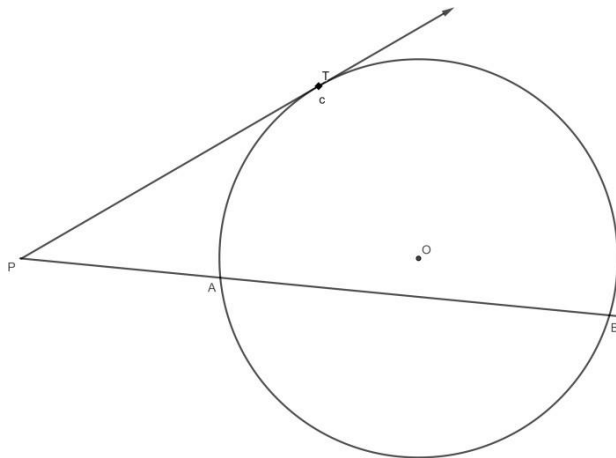
²⁹Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005



$$OE \perp AB, OF \perp CD$$

$$|OE| = |OF| \Leftrightarrow |AB| = |CD|$$

Figura 5. Segmentet AB, CD – tetivat e rrethit³⁰



$$|PT|^2 = |PA| \cdot |PB|$$

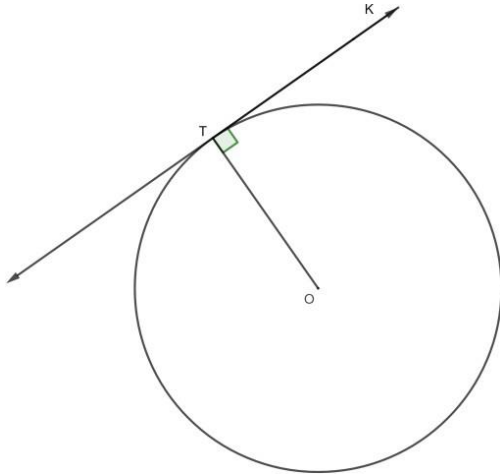
Figura 6. Potenca³¹

Potenca: Në gjeometri potencia e një pike është një numër real që pasqyron distancën relative të një pike të dhënë nga një rreth i caktuar. (figura 6)³²

³⁰ John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

³¹ John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

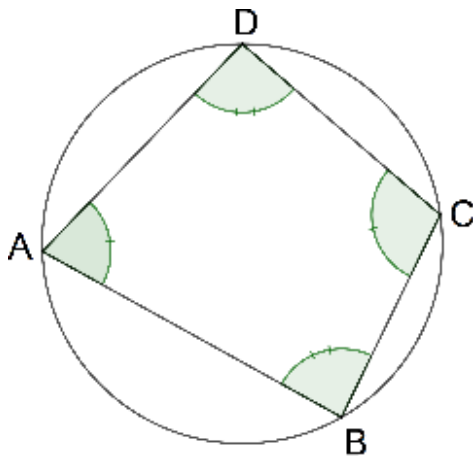
³² Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005



$$[TK] \perp [OT]$$

Figura 7. Tangjenta³³

Tangjenta e rrethit është normale me rrezën, e cila bashkon qendrën e rrethit me pikën takuese.
(figura 7)³⁴



$$\sphericalangle A + \sphericalangle C = \sphericalangle B + \sphericalangle D = 180^\circ$$

Figura 8. Katërkëndëshi tetival³⁵

³³John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

³⁴Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

³⁵John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

Katërkëndëshin e quajmë tetival, nëse ekziston rrethi i cili kalon nëpë të gjitha kulmet e atij katërkëndëshi. (figura 8)

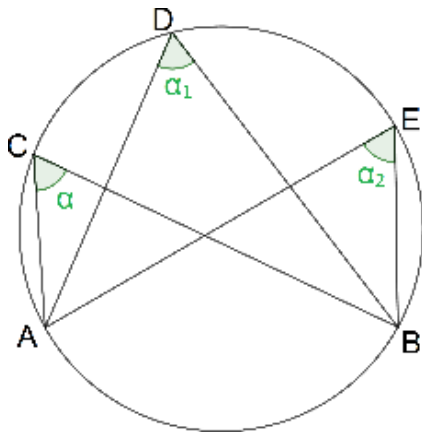


Figura 9. Kënde periferike³⁶

Këndi, kulmi i të cilit i takon një rrethi dhe brinjët e të cilit i përfshijnë dy korda të rrethit, e quajmë kënd periferik. (figura 9)³⁷. Vetitë e këndit periferik janë:

Vetia I:

Këndi periferik është sa gjysma e këndit qendror të ndërtuar mbi të njëjtën kordë.

Vetia II:

Këndet periferike mbi të njëjtë kordë janë të barabarta.

Vetia III:

Këndi periferik mbi diametër është i drejtë.³⁷

³⁶John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

³⁷Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

$$|PP_1| = \sqrt{(OO_1)^2 - (R - R_1)^2}$$

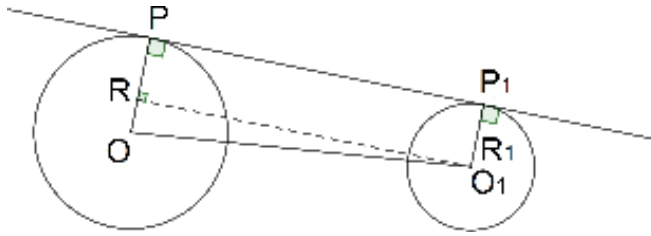
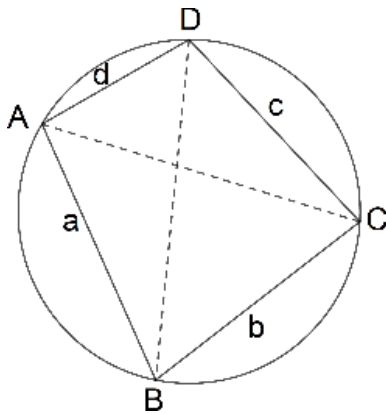


Figura 10. Tangjeta e përbashkët e rrrathëve³⁸

Tangjente të përbashkët të dy rrrathëve quajmë tangjente të jashtme, nëse ata dy rrrathë gjenden në të njëjtën anë të tangjentës. (figura 10)³⁹



$$|AC| \cdot |BD| = ac + bd$$

Figura 11. Katërkëndëshi tetival³⁹

³⁸John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

³⁹John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

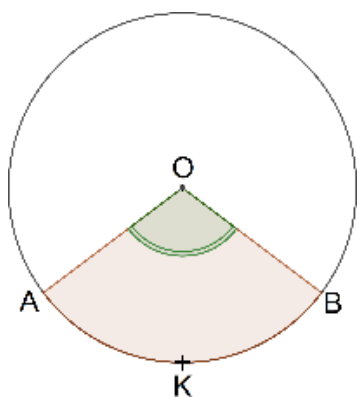


Figura 12. Këndi qëndror⁴⁰

Këndi qendror

$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AKB})$$

Këndi kulmi i të cilit ndodhet në qendrën e një rrethi e quajmë kënd qendror (figura 12)⁴¹

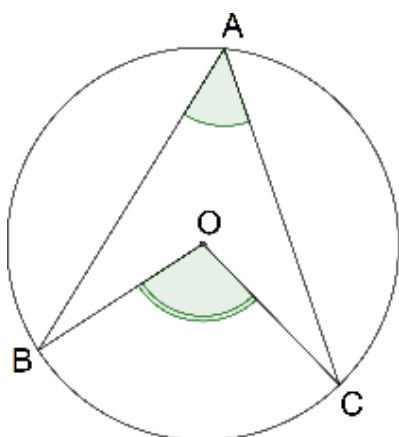
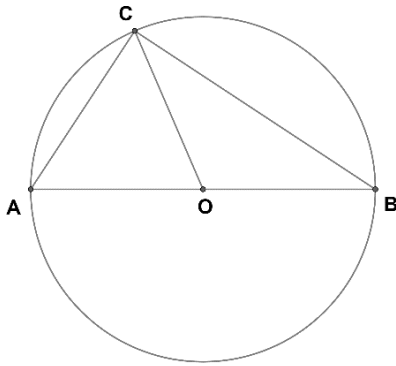


Figura 13. Këndi qëndror dhe periferik⁴²

$$m(\widehat{BAC}) = \frac{m(\widehat{BOC})}{2} = \frac{mBC}{2}$$

⁴¹Zejnnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

⁴²John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.ou.edu/~jhh/johnh.html>



$$AOC = BOC$$

Figura 14. Këndi periferik⁴³

Këndi periferik mbi diametër është i drejtë. Le të jetë $\angle ACB$ kënd periferik mbi diametrin $[AB]$.

Bashkojmë pikën C me pikën O . Trekëndëshat e fituar janë barakrahësh. (figura 14)⁴⁴

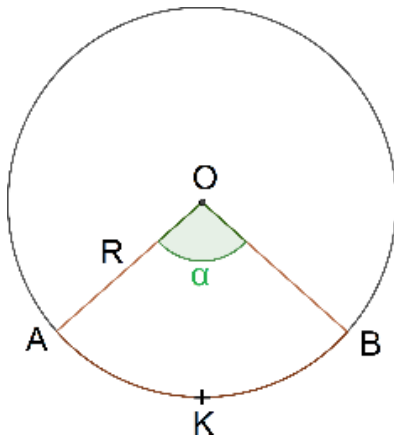


Figura 15. Gjatësia e harkut⁴⁵

$$perimetri = 2\pi R$$

Gjatësia e harkut

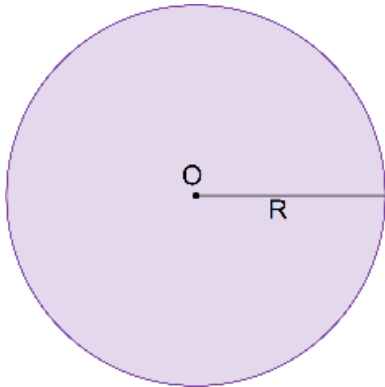
$$|AKB| = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360} \cdot \alpha$$

⁴³John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

⁴⁴Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

⁴⁵John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhh/johnh.html>

Gjatësia e harkut AKB (figura 15) të rrethit me rreze r jepet nga: $\left| AKB \right| = \frac{\alpha}{360} \cdot \alpha$



$$syprina = R^2 \pi$$

Figura 16. Syprina⁴⁶

Syprina rrethore: Bashkësia e të gjitha pikave të rrethit dhe pikave brenda tij, quhet sipërfaqe rrethore.(figura 16)⁴⁷

$$A(AOB) = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$$

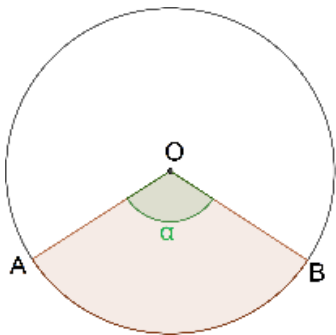


Figura 17. Syprina e sektorit rrethor⁴⁸

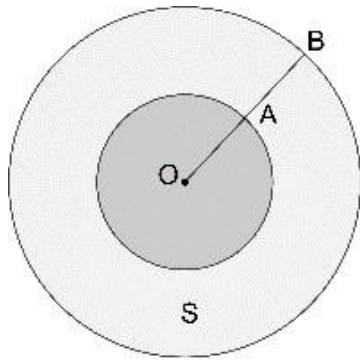
Syprina e sektorit rrethor paraqet pjesën e hijezuar, e cila është e kufizuar nga harku rrethor dhe dy rreze të rrethit. (figura 17)⁴⁹

⁴⁶John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

⁴⁷Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005

⁴⁸Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,

⁴⁹Zejnullahu R, Hamiti E, Bilalli S, *Matematika 8*, Dukagjini 2005



$$|OB| = R$$

$$|OA| = r$$

$$S = (R^2 - r^2) \pi$$

Figura 18. Syprina e unazës rrethore⁵⁰

Syprina e unazës rrethore (figura 18) paraqet pjesën e hijezuar e cila paraqitet me:

$$S = (R^2 - r^2) \pi$$

⁵⁰John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

1.1. Tangjenta e rrethit

Vija që ka vetëm një pikë të përbashkët me rrethin quhet *tangjentë e rrethit*.

Tangjenta e rrethit dhe rrezja që kalon përmes pikës së takimit janë normale me njëra-tjetrën.

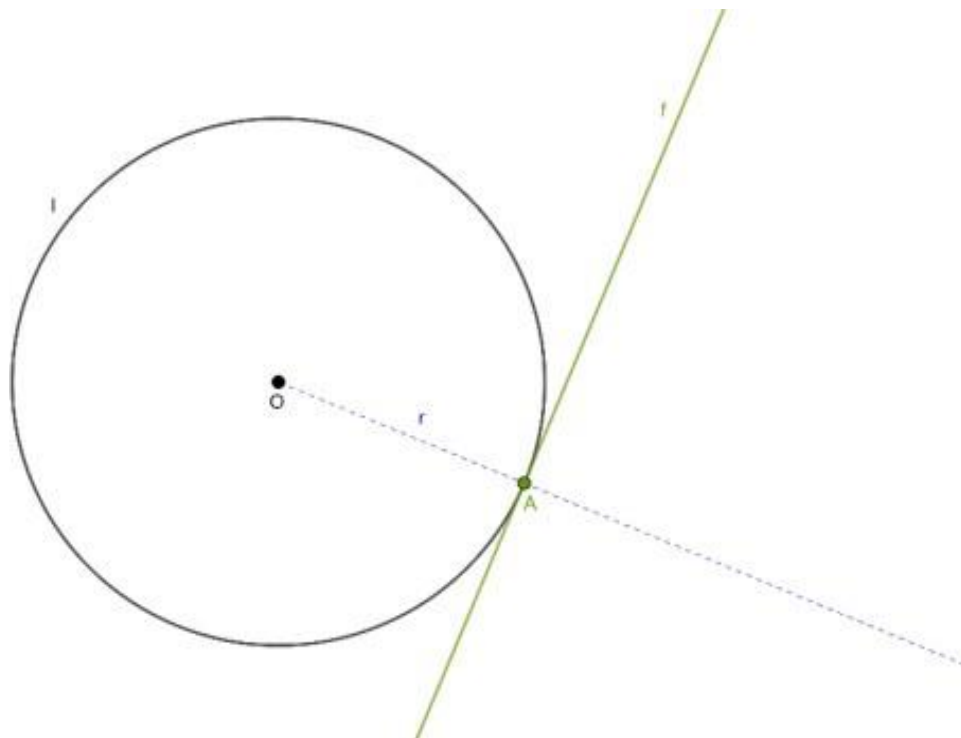


Figura 19. Tangjenta e rrethit⁵¹

Shembulli 1. Le të jenë $l(O, r)$ rrethi dhe një vijë. Ndërtoni tangjentet e rrethit që janë paralele me drejtëzën a .

⁵¹John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

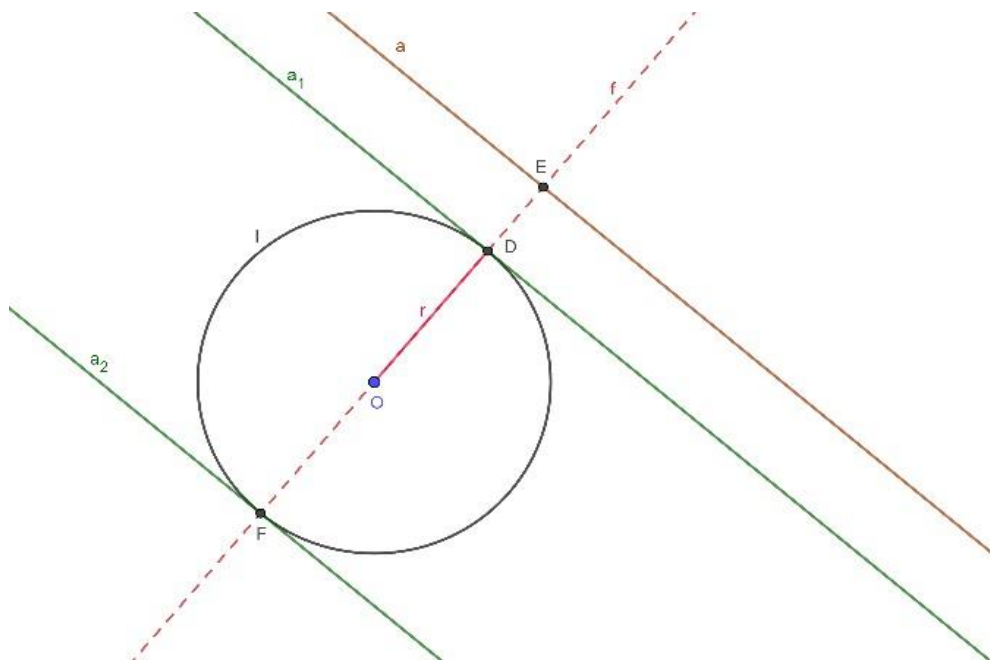


Figura 20. Tangjentat e rrethit⁵²

⁵²John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>

2. ZBATIMI I RREHIT NË SHUMËKËNDËSHA TË RREGULLT

Rrethi mund të brendashkruhet dhe të jashtashkruhet në çdo shumëkëndësh të rregullt.

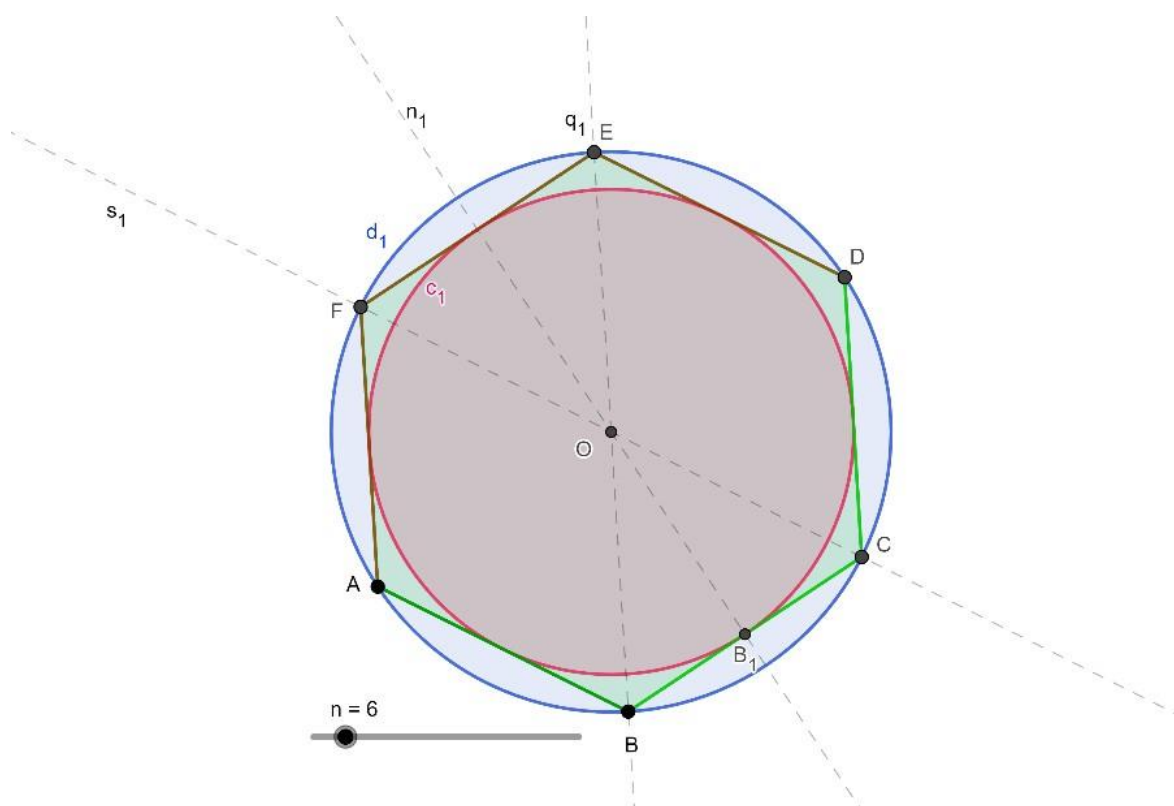


Figura 21. Rrethi i brendashkruar dhe i jashtashkruar në një gjashtëkëndësh të rregullt⁵³

⁵³Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Shembulli 4. Rrethi i jashtashkruar në katror.

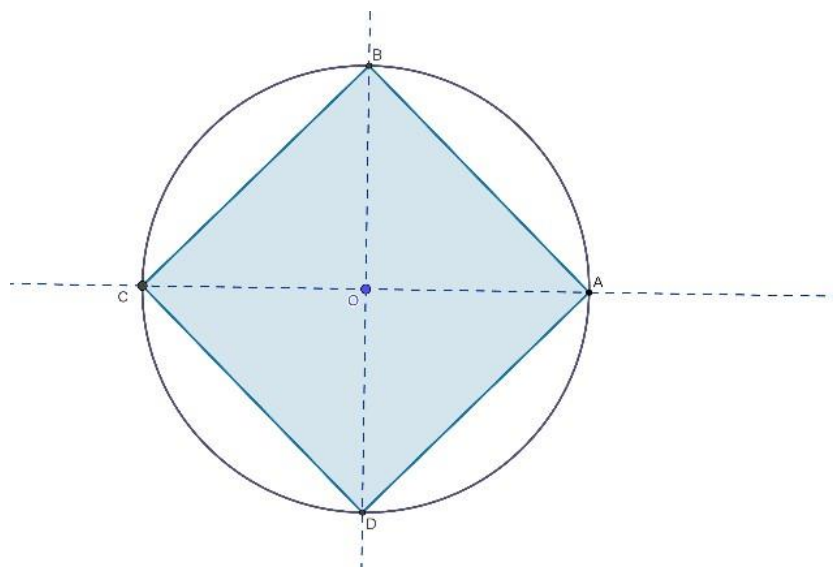


Figura 22. Rrethi i jashtashkruar në katror⁵⁴

Pamja e rrethit të jashtashkruar dhe të brendashkruar, si dhe mundësia e lëvizjes (shtimit) nga një poligon i rregullt në tjetrin, në të njëjtën kohë, ndihmon në perceptimin e figurës. Nxënësit, sapo i shohin këto lëvizje, lindin dy situata:

1. Ata e kuptojnë se si shtohen kulmet gjatë kalimit nga një poligoni rregullt në tjetrin.
2. Nxënësit shohin rrethin e jashtashkruar dhe të brendashkruar përmes secilës figurë.

Në rastin e mësipërm, na paraqitet një situatë, ku nxënësit fillojnë dhe thellohen në geometri. Kjo figurë dhe lëvizja me të, paraqet kuriozitet për ta. Në këtë pikë, pothuajse nuk ka asnjë ndryshim midis nxënësve.

⁵⁴Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni 'Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Statistikat tregojnë se 89% e nxënësve e konstruktuan rrethin e jashtashkruar në katror, me kohë, ndërsa 11% kishin nevojë për ndihmë.



Figura 23. Grafiku i statistikës për nxënësit që përdorën softuerin Geogebra

Metoda klasike e shpjegimit na ngadalëson, por na lejon t'i ndërtojmë vetë figurat. Në shpjegimin klasik, të gjitha figurat janë tërhequr veçmas, nga mjetet. Këtu, saktësia dhe rezultati varen nga nxënësi. Pasaktësia e bën rezultatin të pamundur, nxënësit nuk e perceptojnë atë që po bëjnë. Gatishmëria për punë është 100% për të gjithë nxënësit, por përqëndrimi në punë dhe ritmi i punës nuk është i njëjtë për të gjithë. Nxënësit mbi mesataren nuk kanë probleme, janë të përqëndruar, kanë të njëjtin ritëm pune si mësuesi dhe rezultati i ndërtimit është i sakt⁵⁵. Ndërsa, tek nxënësit nën mesataren, së pari, ritmi i punës është shumë i ngadaltë, shumë prej elementeve të konstruktimit mungojnë. Theks i veçantë vihet në simetrale,

⁵⁵Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni 'Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

ku shumë prej tyre i paraqesin ato si vija të zakonshme, pasi kanë humbur momentin e shpjegimit të tyre.

Dhe krejt në fund, ata nuk kanë as saktësinë dhe as perceptimin e figurës. Në konstruktimin me mjete, në formën klasike, kemi: 12% e nxënësve janë prapa me konstruktimin dhe as nuk dinë se çfarë po bëjnë, 38% e dinë se çfarë po ndërtojnë, por ngecin në disa elemente, 23% e nxënësve ndërtojnë afërsisht mire dhe 27% janë të saktë dhe nuk kanë asnjë problem me perceptimin⁵⁶.

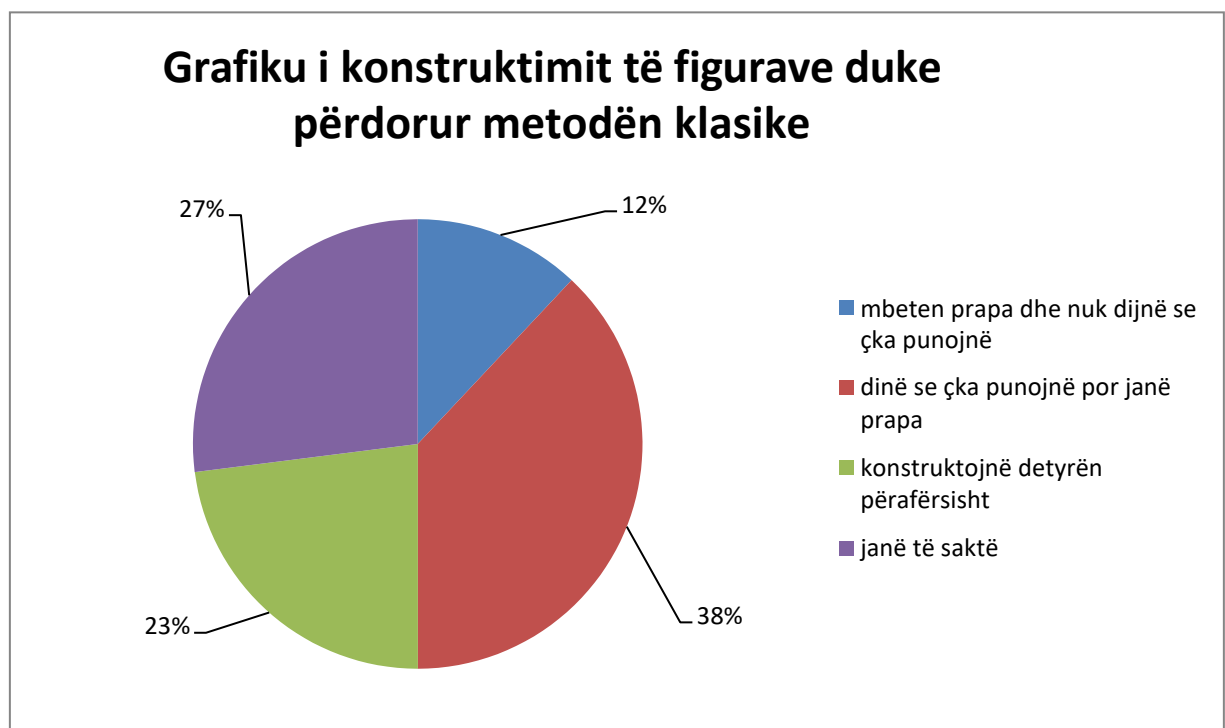


Figura 24. Konstruktimi i detyrës duke përdorur metodën klasike

⁵⁶Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

3. DISA GABIME QË BËJNË NXËNËSIT GJATË KONSTRUKTIMEVE

Pika e takimit e zgjeruar

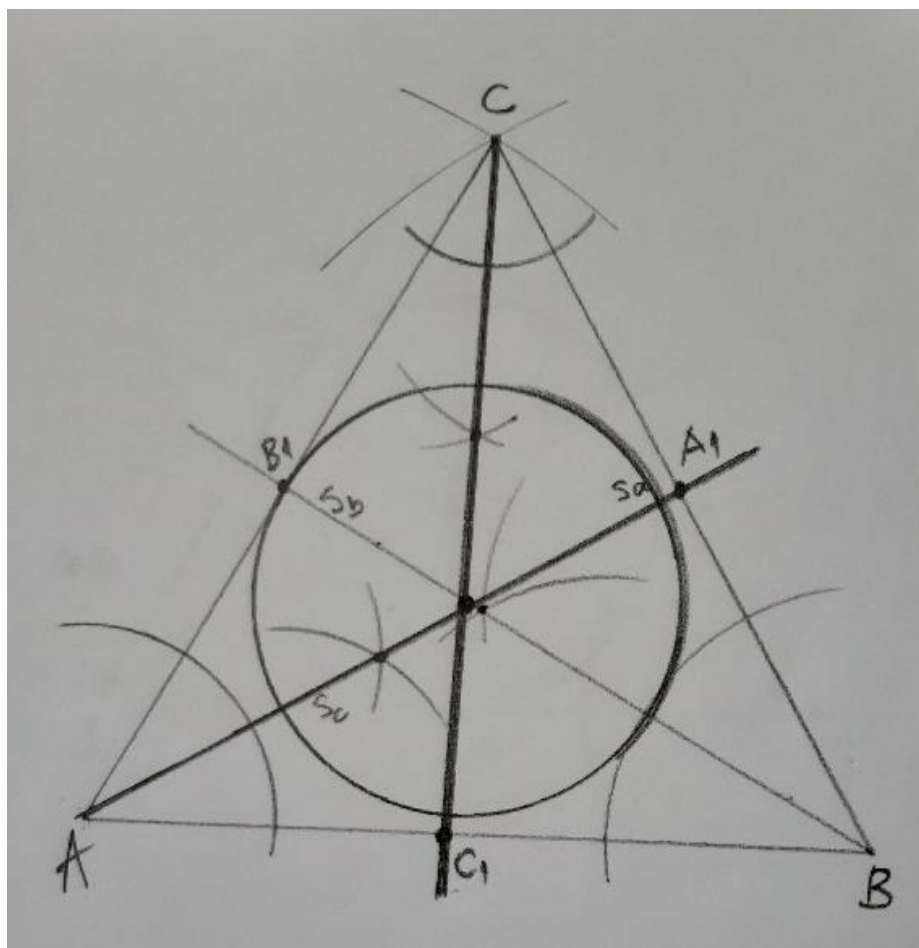


Figura 25. Pika e takimit, e zgjeruar⁵⁷

⁵⁷Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching, Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Vija rrethore dhe simetralet, të trashura

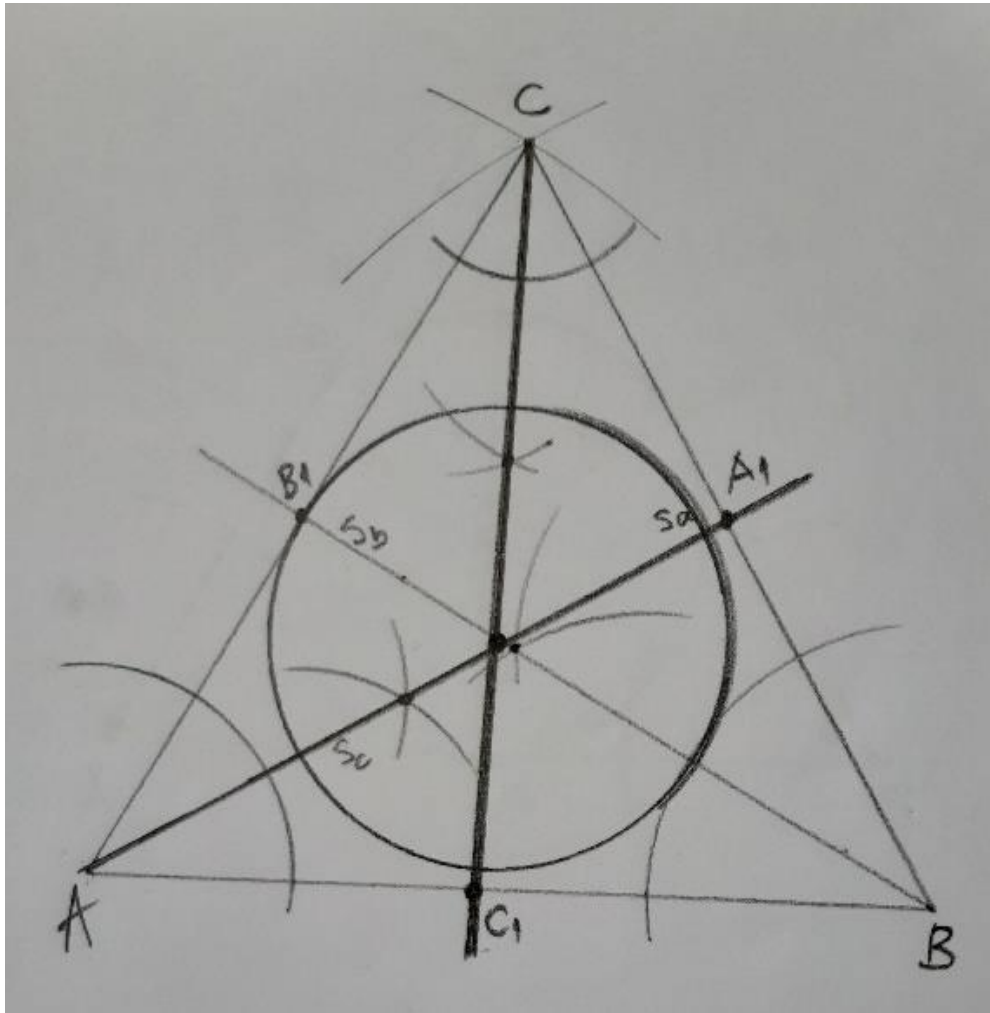


Figura 26. Vija rrethore dhe simetralet, të trashura⁵⁸

⁵⁸Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Simetralet e bëra gabim dhe pikat e takimit të zmadhuara

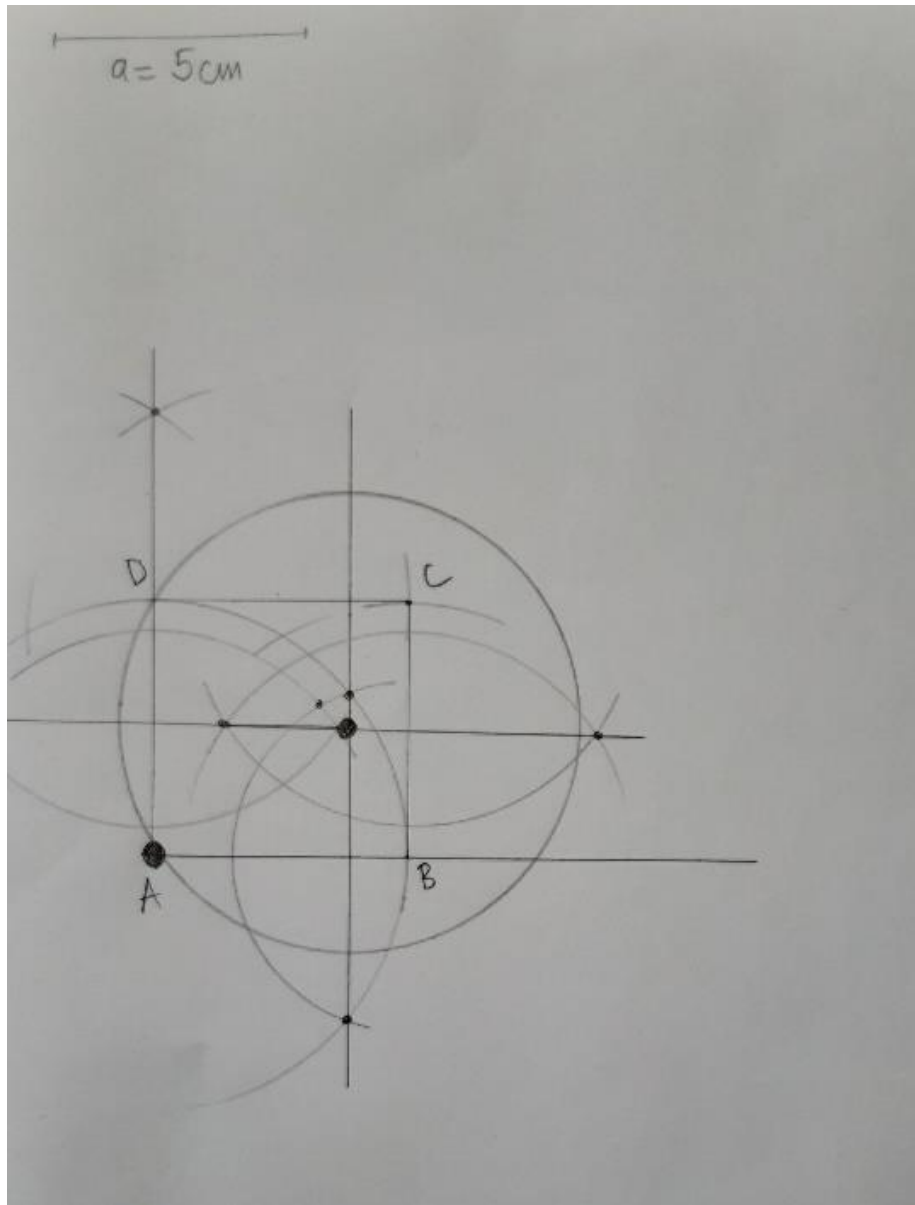


Figura 27. Simetralet e bëra gabim dhe pikat e takimit të zmadhuara⁵⁹

⁵⁹Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Plotësimi i hapësirave

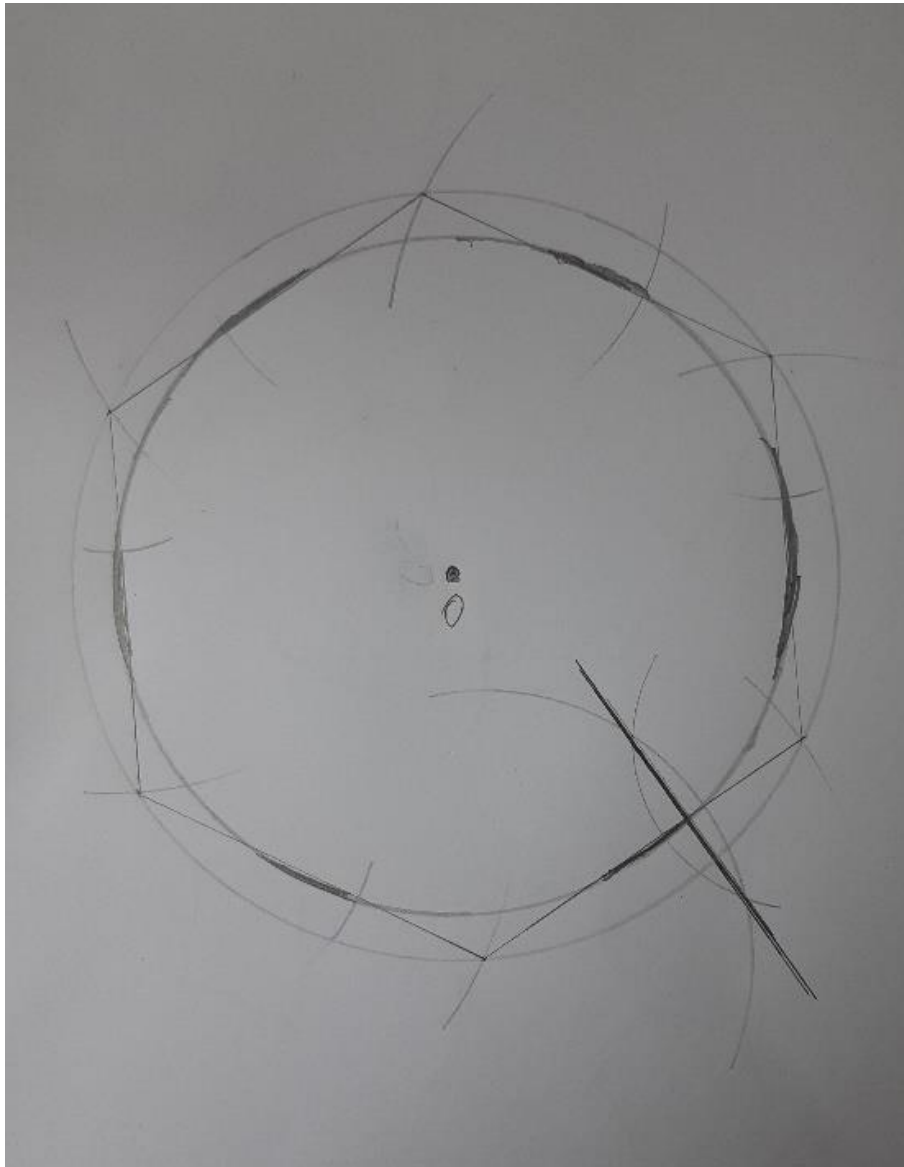


Figura 28. Plotësimi i hapësirave⁶⁰

⁶⁰Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni ·Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

Gjatë konstruktimit, nxënësit, në mungesë të përvojës me punën me mjete, bënë shumë gabime. Përveç kësaj, vihet re pasaktësia. Gjatë punës, ata përpiqen të: trashin vijat e simetraleve, trashnin brinjët e shumëkëndëshave, trashin vijat rrethore, zmadhojnë pikën e takimit të simetraleve, etj. Edhe kur i gjenin simetralet e brinjëve, shpesh ato nuk ishin madje as simetrike. Vija e simetraleve as nuk bie midis brijeve. Kur mësuesi pyet për këto gabime, ata nuk e dine që kanë bërë një gabim. Ata mendojnë se është normale të ndërhyhet lirshëm në konstruktim. E gjithë kjo ndodh gjatë konstruktimit të përbashkët me mësuesin. Nxënësit mbi mesataren punojnë në mënyrë korrekte, ndërsa ata nën mesatare bëjnë gabimet e mësipërme. Për t'i bërë të gjithë nxënësit të bënin gjënë e duhur, ne kemi punuar në Geogebra. Kur u ndërtua pikërisht atje, të gjithë nxënësit, pa përjashtim, vunë re punën e saktë të ndërtimit. Ata madje e kuptuan se si të mos ndërhyjnë lirshëm.⁶¹

Pra, GeoGebra u gjend shumë mire kur duhej t'u tregonim nxënësve medianën dhe se si duhet të duket puna në fund.

GeoGebra në mësimdhënie lehtëson, përshpejton dhe konkretizon gjeometrinë. Gjatë shpjegimit të mësimit, rritet një interes dhe pjesëmarrje aktive e nxënësve në klasë, përmes pyetjeve dhe diskutimeve.

Shqetësues në kohën tone është fakti që nxënësit nuk janë të bindur t'i përkushtohen mësimit, por teknologjisë. Nuk mund të thuhet se ato janë plotësisht të gabuara, pasi ne kemi bërë përparime të mëdha në teknologji, por jo në forma dhe teknika mësimore.

Në këtë mënyrë, kur gjeometria shpjegohet përmes GeoGebra-s, mësimit bëhen shumë konkrete. Nxënësit arrijnë të perceptojnë secilën figurë.

Ky hulumtim është bërë për të parë nxënësit bashkëkohorë, të kohës së teknologjisë, se si do ta gjejnë veten në gjeometrinë e shpjeguar përmes softuerit, gjithmonë duke e krahasuar atë me format klasike të mësimdhënies.⁶²

⁶¹Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni 'Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>

⁶²Vesa Mollakuqe , Shpetim Rexhepi , Egzona Iseni 'Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching,Mother Teresa University, Skopje,

Çdo ditë ne shohim nxënës që përparojnë në përdorimin e teknologjisë. Ata hyjnë në web faqet e ndryshme çdo ditë dhe shkarkojnë programe/aplikacione dhe argëtohen në to.

Prandaj, qëllimi i dytë i këtij studimi ishte njohja e nxënësve me aplikacione në shkollë dhe me përmbajtjen shkencore. Dhe duke marrë shkas nga kjo, atëherë ne i përfshijmë ata në këtë studim, për të parë nëse ata do të ishin të gatshëm të përshtaten dhe të punojnë në shkollë gjithashtu.

4. TREKËNDËSHI

Trekëndëshi është një shumëkëndësh me tre brinjë. Një trekëndësh përbëhet nga tre segmente dhe tri kënde. Karakteristikat themelore të trekëndëshave janë:

- Shuma e këndeve në një trekëndësh është 180°
- Shuma e gjatësive të çdo dy brinjëve të një trekëndëshi është më e madhe se gjatësia e brinjës së tretë.⁶³

Në mënyrë të ngjashme, ndryshimi midis gjatësive të çdo dy brinjëve të një trekëndëshi është më i vogël se gjatësia e brinjës së tretë [1].

Pikat karakteristike të një trekëndëshi janë:

- mediana,
- ortoqendra,
- rrethi i brendashkruar dhe
- rrethi i jashtashkruar.⁶⁴

4.1. Mediana

Në softuerin GeoGebra përmes opsionit Polygon, ne paraqesim trekëndëshin. Sapo ta kenë të qartë të gjithë nxënësit, fillojmë ta konstruktojmë medianën. Fillimi është mesi i brinjëve përmes opsionit Midpoint ose Center. Mediana pastaj konstruktohet duke përdorur opsionin Segment. Kështu, duke dizajnuar me softuer, nuk ka nevojë të flasim për saktësinë që bën GeoGebra.

Ajo që vihet re, është fakti që nxënësit gjejnë kënaqësi gjatë mësimin. Të mësuarit nuk është aspak torturues përmes softuerit. Bazuar në hulumtimin, vërehet se pjesëmarrja e nxënësve në

⁶³Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

⁶⁴Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

mësimnxënie është 100%. Secili nxënës jep më të mirën për të kuptuar dhe kontribuar në të mësuar dhe mbi të gjitha, të gjithë janë shumë kuriozë dhe entuziastë për formën e punës, konstruktimin e medianës, të cilën e kemi paraqitur në figurën më poshtë.⁶⁵

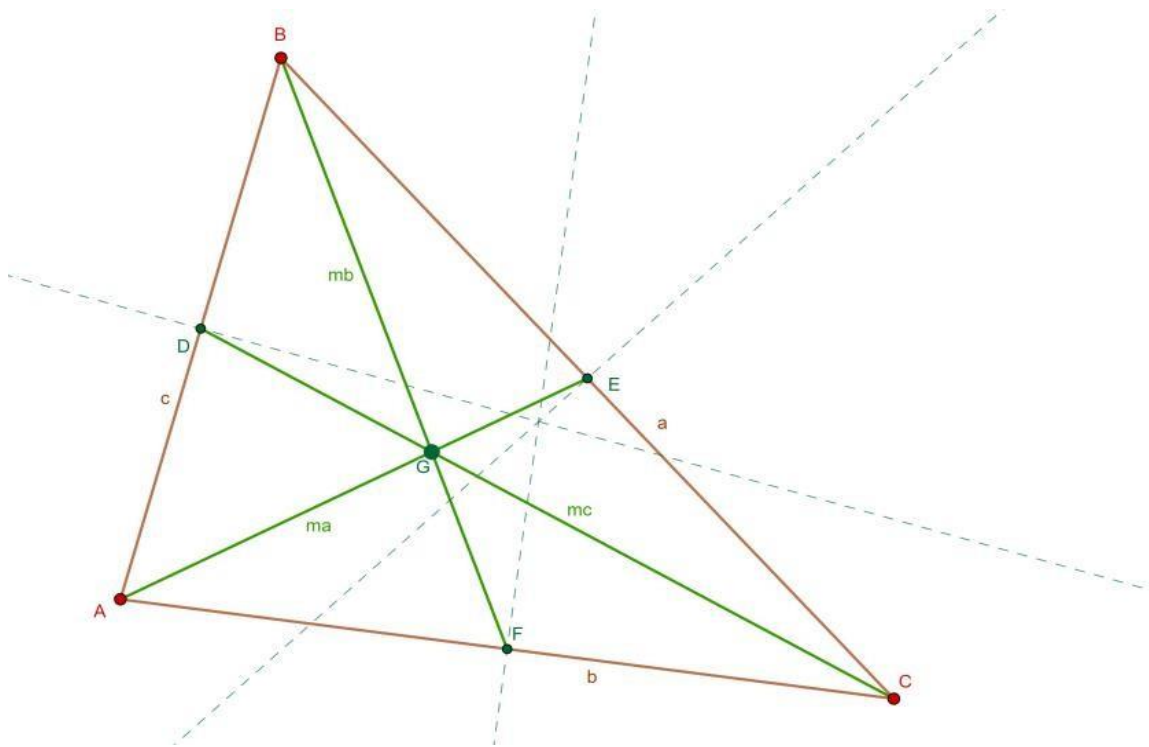


Figura 29. Medianat në GeoGebra⁶⁶

Nëse kthehemi te klasikja, nxënësit patjetër duhet të pajisen me mjete gjeometrike të punës. Gjithashtu, mësimdhënësi duhet patjetër të pajiset me mjete.

Në shpjegimin e mësimit gjatë gjithë kohës mësuesi është ai që flet, shpjegon, konstrukton dhe kërkon vëmendje nga të gjithë.

⁶⁵Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

⁶⁶Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

Në fund, kur kontrollohet puna e nxënësve, gabimet e nxënësve janë të shumta, duke filluar me mënyrën e vizatimit të trekëndësheve ku shpesh brinjët nuk bashkohen, trekëndëshi nuk shfaqet si trekëndësh dhe nuk ka kryqëzim të medianave.

Gabimet e nxënësve në formën klasike kanë këtë statistikë: 37% e nxënësve bëjnë shumë gabime dhe janë të pasaktë, 30% e nxënësve arrijnë të konstruktojnë një deri në dy mediana, ndërsa 33% e nxënësve nuk bëjnë gabime gjatë konstruktimit.

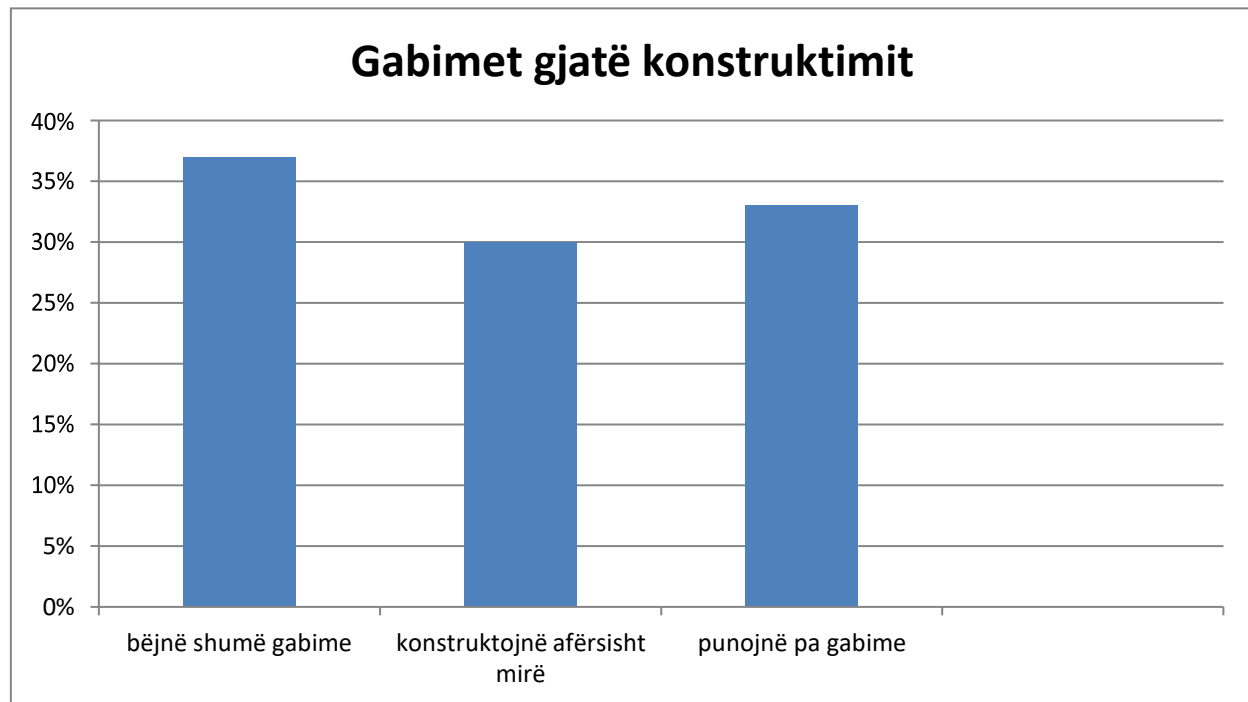


Figura 30. Gabimet gjatë konstruktimit, në formën klasike të punës

Në formën klasike, kemi pjesëmarrje më pak të dëshirueshme në mësim. Gabimet dhe pasaktësitë me mjetet gjeometrike i bëjnë ato të lehta për tu anashkaluar. Me GeoGebra, nxënësit bëhen më kuriozë për të mësuar, bëjnë pyetje të pafundme dhe dëshira për të mësuar është e padiskutueshme.

4.2. Ortoqendra

Në programin GeoGebra përmes opsionit Polygon, paraqesim trekëndëshin. U shpjegohet nxënësve se cila është lartësia e trekëndëshit. Me opsionin Line Pingule, ne konstruktojmë lartësitë. Kështu fitojmë lartësitë e trekëndëshit të ndërtuar përmes softuerit.

Nxënësit shfaqen të befasuar dhe kuriozë për rezultatin e punës. Nga atje, ata fillojnë të luajnë me ngjyra dhe të lëvizin trekëndëshin në pozicione të ndryshme.⁶⁷

Hulumtimet tregojnë se nxënësit janë 100% të përfshirë në të mësuar. Pyetjet nga nxënësit janë të shumta. Një përqindje e lartë e nxënësve bëjnë pyetje si:

- Nëse trekëndëshi do të ishte më i madh, a do të takoheshin lartësitë?
- A mund të mos takohen lartësitë?
- A është e mundur që lartësia dhe brinja përballë të mos formojnë këndin 90° ?⁶⁸

Pjesa më pozitive ishte se nxënësit më pas arritën t'u përgjigjen pyetjeve duke lëvizur trekëndëshin. Në shpjegimin klasik, nevojiten mjete.

Që në fillim, mësuesi flet, demonstroi dhe konstruktoi, së bashku me nxënësit.

Në fund bëhet kontrollimi. Gabimi më i zakonshëm ishte pikëtakimi i lartësive. Kërkimet tregojnë se 75% e nxënësve nuk arrijnë të konstruktojnë saktë takimin e lartësive, 25% kanë sukses.⁶⁹

⁶⁷Vesa Mollakuq, Elissa Mollakuq “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

⁶⁸Vesa Mollakuq, Elissa Mollakuq “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

⁶⁹Vesa Mollakuq, Elissa Mollakuq “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

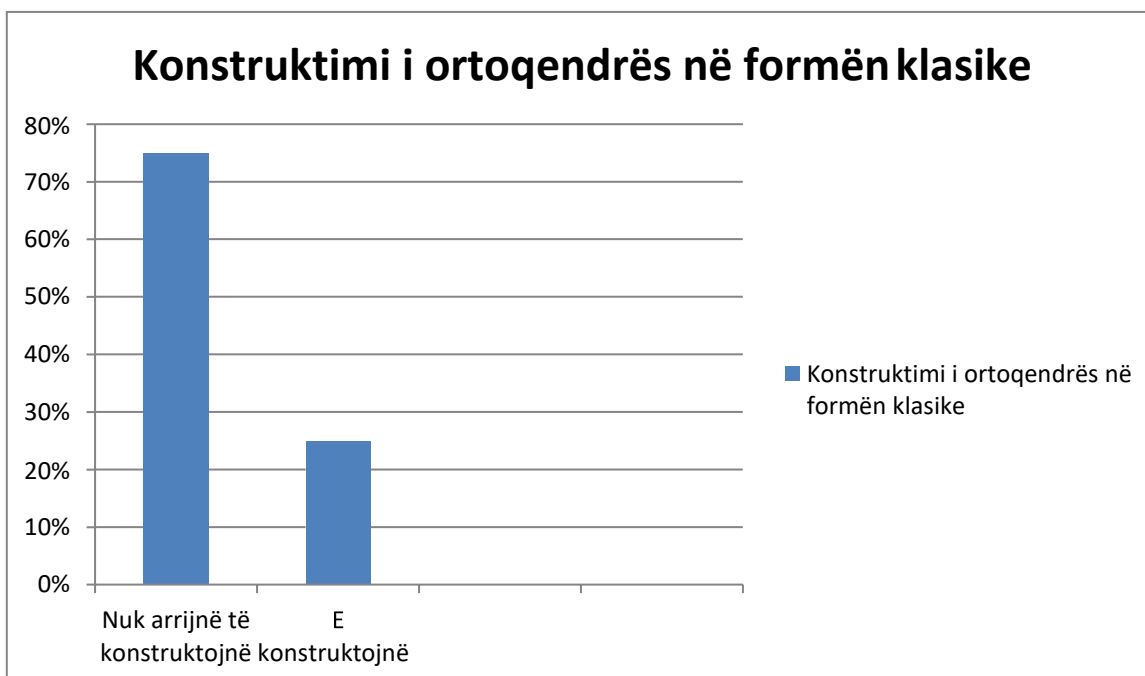


Figura 31. Konstruktimi i ortoqendrës në formën klasike

Nga forma klasike, nxënësit nuk arrijnë t’i perceptojnë lartësitë e trekëndëshit, pasi nuk mund ta lëvizin trekëndëshin në pozicione të ndryshme. Gjithashtu, ritmi i punës nuk është i njëjtë. Disa nxënës janë në kohë, por shumë të tjerë kanë mbetur prapa. Konstruktimi paraqitet në figurën më poshtë.⁷⁰

⁷⁰Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

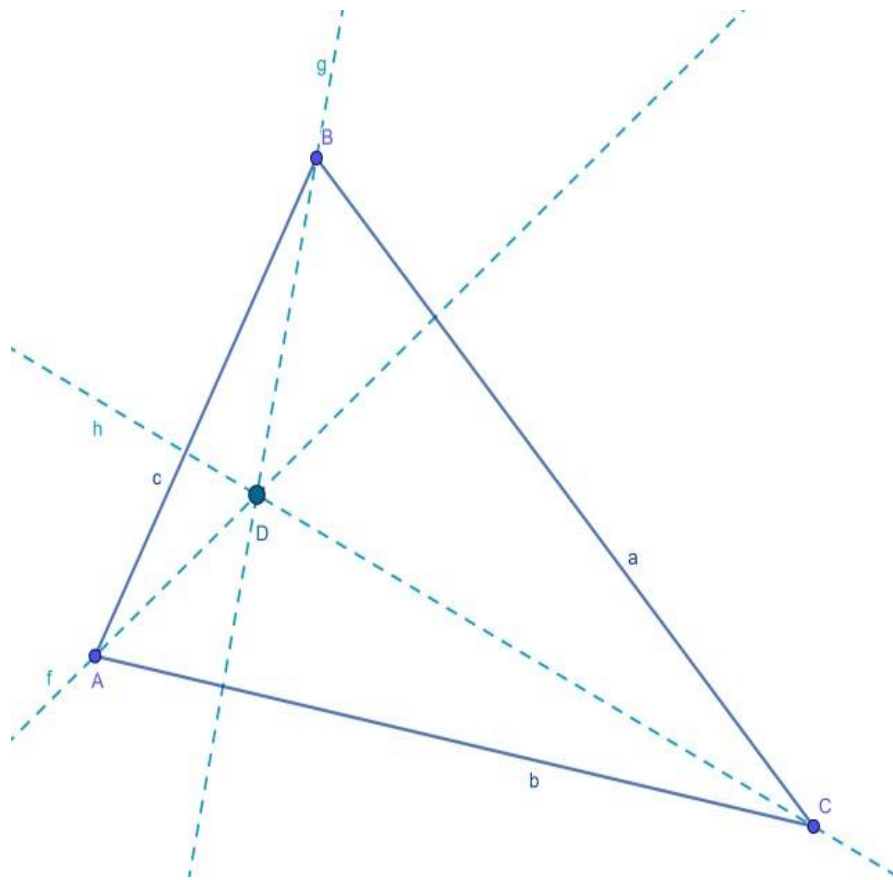


Figura 32. Ortoqendra në GeoGebra⁷¹

⁷¹Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

4.3. Rrethi i brendashkruar

Në softuerin GeoGebra fillimisht vizatojmë një trekëndësh përmes opsionit Polygon. Më pas nxënësve u shpjegohet se si gjendet qendra e rrethit të brendashkruar. Pastaj me komandën Bisector Angle, gjejmë simetralet e tri këndeve⁷². Në pikën e kryqëzimit të këtyre tri simetraleve është qendra e rrethit të brendashkruar në trekëndësh. Pastaj, përmes komandës Line Pingule, ne paraqesim drejtëzën normale në AC përmes pikës G. Dhe kështu, vijmë deri tek rrethi i brendashkruar në trekëndësh.

Pas krijimit të rrethit, nxënësit kuptojnë se çfarë po ndërtojnë. Ata fillojnë dhe lëvizin trekëndëshin në pozicione të ndryshme. Bëjnë pyetje. Ajo që e dallon rrethin në trekëndësh nga pikat e tjera është fakti që nxënësit tani kërkojnë të ndërtojnë vetë rrethin e brendashkruar. Ndërtimi i rrethit të brendashkruar është paraqitur në figurën më poshtë.⁷³

⁷²Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

⁷³Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa University, Skopje 2019

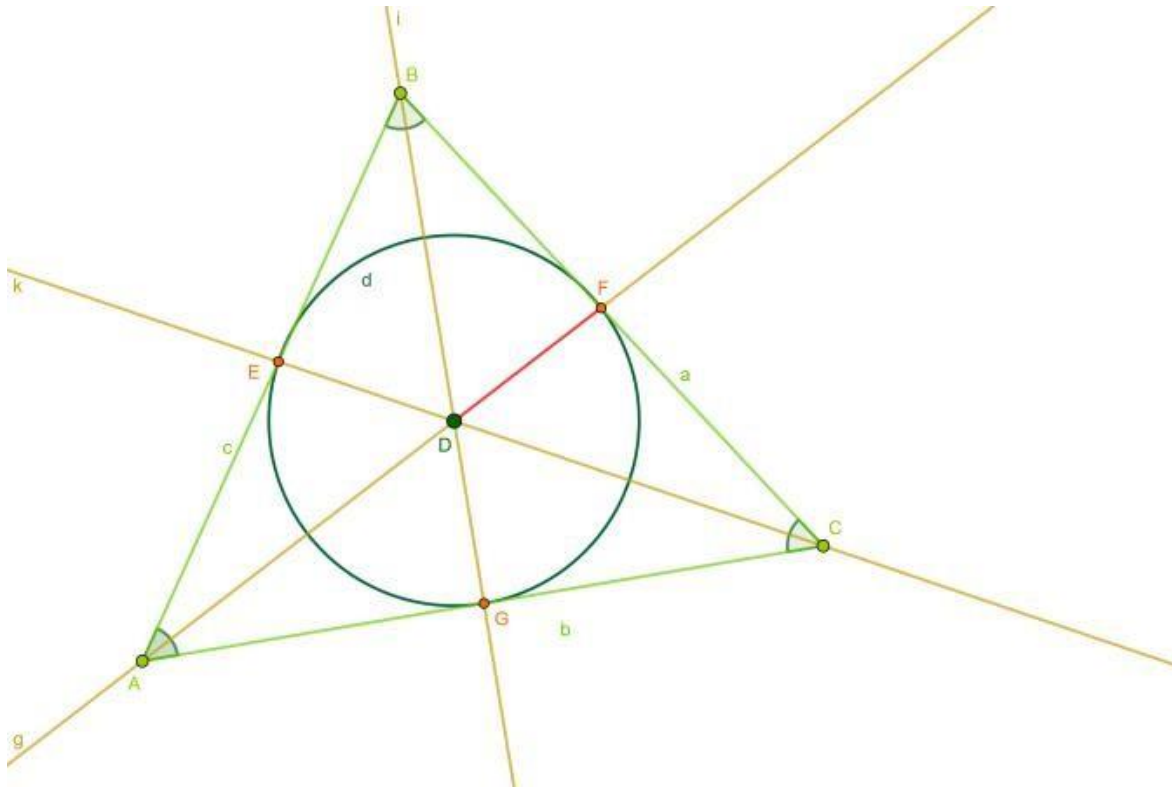


Figura 33. Rrethi i brendashkruar⁷⁴

Në formën klasike, merren mjetet e gjeometrisë. Së pari, tregohet se elementi kryesor i konstruktimit është takimi i simetraleve në një pikë. Gjatë punës deri në fund të ndërtimit, vërehen gabime.

Sipas hulumtimit, 88% e nxënësve dështojnë në gjetjen e qendrës së rrethit të brendashkruar. Pra, simetralet nuk takohen në një pikë. Ndërsa 12% e nxënësve ndërtojnë saktë.⁷⁵

⁷⁴Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

⁷⁵Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

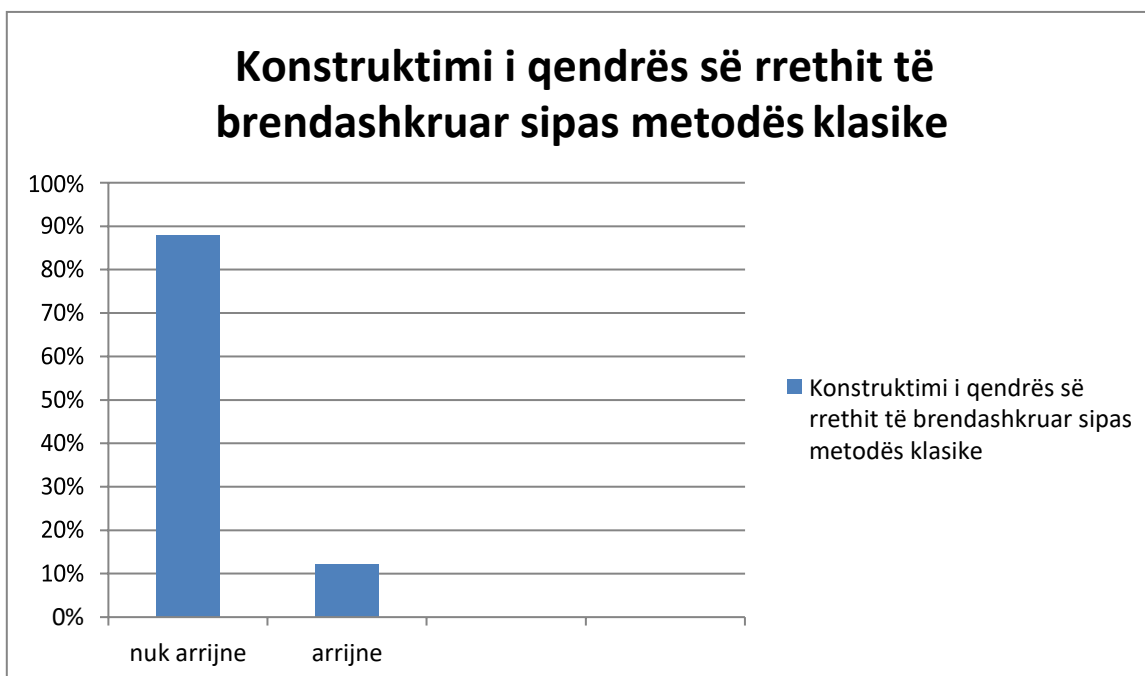


Figura 34. Konstruktimi i qendrës së rrethit të brendashkruar sipas metodës klasike

Në GeoGebra këto probleme nuk ndodhën. Duke parë punën në fletore dhe punën në GeoGebra, nxënësit arrijnë të kuptojnë se si është ndërtuar dhe si do duhej të ishte ndërtuar.⁷⁶

4.4. Rrethi i jashtashkruar

Me opsionin Perpendicular Bisector gjejmë mesin e brinjëve. Në takimin e tyre në pikën D qëndron qendra e rrethit të jashtashkruar e trekëndëshit. Duke përdorur opsionin Circle With Center klikojmë në pikën D pastaj në pikën A. Pra, kemi rrethin.

Kështu e shohin nxënësit punën e tyre. Ata e dinë se çfarë po bëjnë, por kanë shumë pyetje. Midis tyre ishin:⁷⁷

- Nëse simetralet nuk takohen, çfarë ndodh?
- Si takohen simetralet?

⁷⁶Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

⁷⁷Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

- A mund ta gjejmë rastësisht qendrën e rrethit të jashtashkruar?

Për të dhënë një përgjigje, ata duhet ta bëjnë të gjithë punën vetë.

Le të kthehemi në konstruktimin klasik. Duke përdorur mjete gjeometrike, ndërtojmë trekëndëshin. Të tre pyetjeve u gjetëm përgjigje.

Në qoftë se, simetralet nuk takohen, nuk kemi asnjë qendër rrethi të jashtashkruar të trekëndëshit.

Më në fund, u bindëm se qendra e rrethit të jashtashkruar të trekëndëshit nuk gjendet rastësisht.

Sondazhi gjithashtu zbuloi se 76% e nxënësve me mjete gjeometrike kishin shumë probleme. 24% nuk kishin probleme.⁷⁸

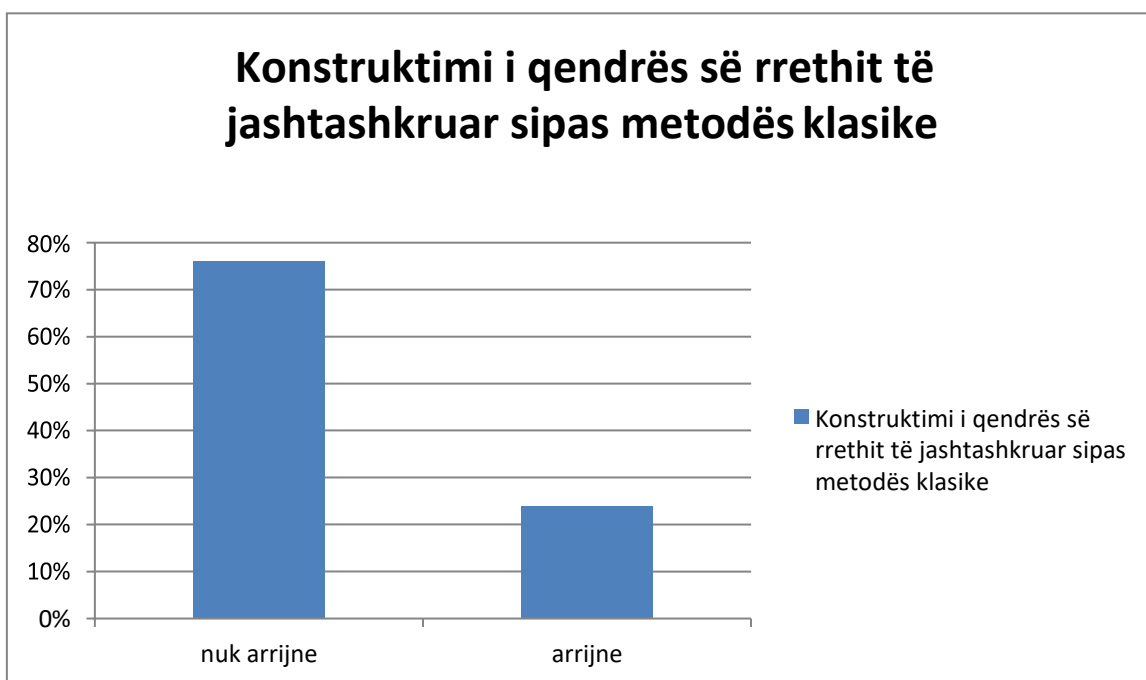


Figura 165. Konstruktimi i qendrës së rrethit të jashtashkruar sipas metodës klasike

⁷⁸Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

Në GeoGebra, asnjë nxënës nuk kishte ndonjë problem me ndërtimin e rrethit të jashtashkruar.

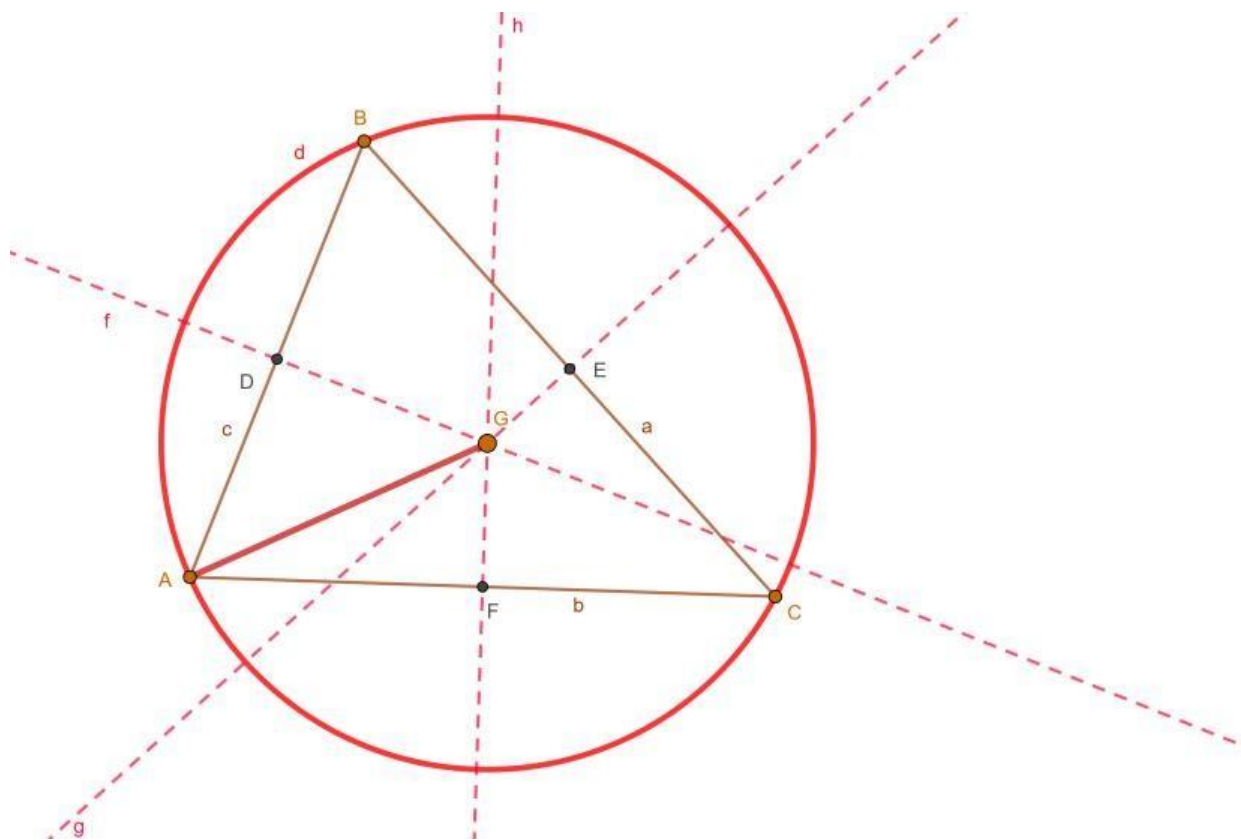


Figura 36. Rrethi i jashtashkruar⁷⁹

⁷⁹Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019

5. KATËRKËNDËSHI

Drejtëkëndëshi është formë gjeometrike që ka katër brinjë dhe katër kënde. Varësisht karakteristikave, kemi edhe emërtime të drejtëkëndëshit:

- Kur të gjitha këndet dhe brinjët e një drejtëkëndëshi janë të barabarta, ai poashtu quhet katror.
- Kur ka brinjë paralele, mund ta quajmë paralelogram, i cili është një katërkëndësh, anët e kundërta të të cilit janë të barabarta dhe paralele.

Karakteristikat e një drejtëkëndëshi:

- Forma;
- Ka katër brinjë;
- Ka katër kënde.

Syprina e një drejtëkëndëshi është produkti (prodhimi) i dy brinjëve të tij: $a \cdot b$

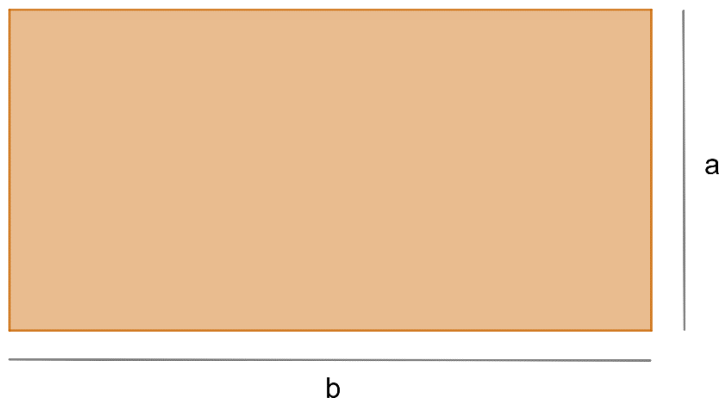


Figura 37. Katërkëndëshi

Syprina: $S = a \cdot b$

Perimetri:

Perimetri i një drejtkëndëshi është shuma e gjatësisë së katër brinjëve të tij. Meqenëse, brinjët paralele të një drejtkëndëshi kanë të njëjtën gjatësi:

Perimetri i një drejtkëndëshi = Gjatësia + Gjerësia + Gjatësia + Gjerësia

$$= 2 \text{ gjatësi} + 2 \text{Gjerësi}$$

$$= 2 (\text{gjatësia} + \text{gjerësia})$$

Diagonalet e një drejtkëndëshi:

Segmenti që i bashkon kulmet e përballshme të drejtkëndëshit quhen diagonale.

Në figurën e dhënë, dy diagonalet e drejtkëndëshit janë AC dhe BD. Diagonalet e një drejtkëndëshi janë të njëjta në gjatësi. Prandaj, $AC = BD$

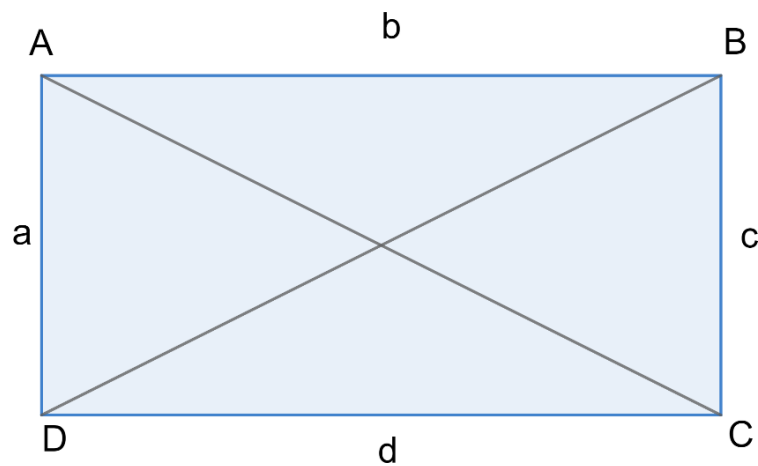


Figura 38. Drejtkëndëshi

6. TRAPEZI

Trapezi është një katërkëndësh i cili ka një palë brinjë paralele. Brinjët paralele quhen bazat e trapezit. Largesia ndërmjet bazave quhet lartësia e trapezit. Trapezin, brinjët e të cilit nuk janë paralele, e që kanë gjatësi të barabartë, quhet trapez barakrahësh. Figura më poshtë tregon disa lloje të ndryshme trapezi.



Figura 179. Lloje të ndryshme trapezash

6.1. Brinjët e një trapezi

Brinjët paralele të një trapeze referohen si bazat e tij. Brinjët jo paralele quhen krahë të trapezit. Lartësia është segmenti që përdoret për të matur distancën midis dy bazave.

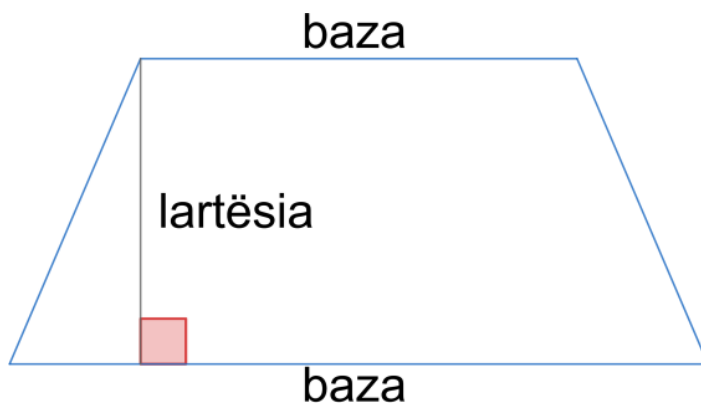


Figura 40. Trapezi

6.2. Këndet e një trapezi

Në një trapez, çifti i këndeve që ndajnë një bazë të përbashkët quhen kënde të bazës. Për trapezët e paraqitur në diagramin më poshtë, $\sphericalangle A$ dhe $\sphericalangle D$ janë kënde bazë dhe $\sphericalangle B$ dhe $\sphericalangle C$ janë kënde bazë. Çifti i këndeve pranë një këmbe janë plotësuese: $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180^\circ$ dhe $\sphericalangle C + \sphericalangle D = 180^\circ$.

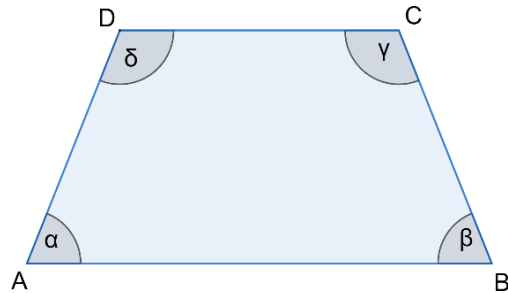


Figura 41. Këndet e trapezit

Syprina e sipërfaqes trapeze është e barabartë me gjysëm e prodhimit të shumës së gjatësive të bazave dhe të gjatësisë së lartësisë së tij. Pra:

$$S = \frac{1}{2}a \cdot h + \frac{1}{2}b \cdot h = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

Në softuerin GeoGebra përmes opsionit përkatës, ne paraqesim trapezin. Kështu, duke dizajnuar me softuer, vërejmë saktësinë që jep GeoGebra. Bazuar në hulumtimin, vërehet se pjesëmarrja e nxënësve në mësimnxënie është pothuajse e plotë. Secili nxënës tenton të kontribuojë në mësimnxënie dhe janë shumë të interesuar për ndërtimin dhe llogaritje të ndryshme në lidhje me

trapezin. Nga ana tjetër, kemi formën klasike të konstruktimit dhe përlogaritjeve për trapezin, ku nxënësit patjetër duhet të pajisen me mjete gjeometrike të punës.

Më poshtë e kemi të paraqitur statistikën e gabimeve tek nxënësit, gjatë punës në formën klasike.

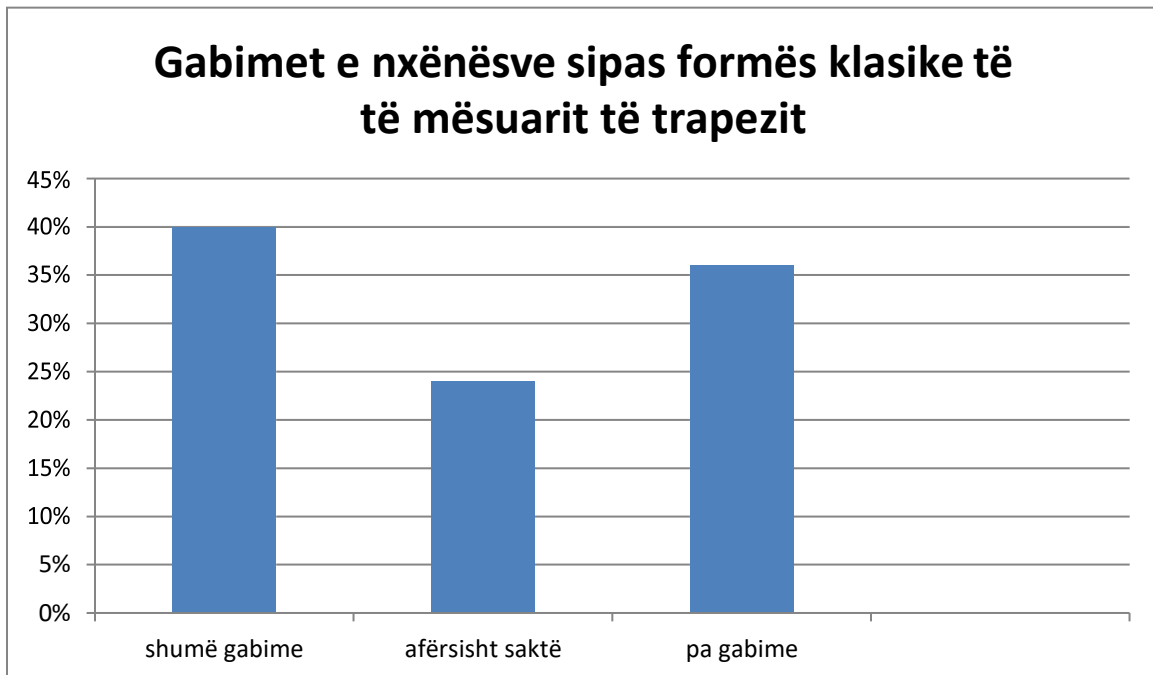


Figura 42. Gabimet e nxënësve sipas forms klasike të të mësuarit të trapezit

Deri sa në përdorimin e softuerit kemi një matje tjetër, ku 5% të nxënësve bëjnë shumë gabime, deri në 10% të nxënësve konstruktojnë afërsisht saktë, ndërsa 85% e nxënësve nuk bëjnë gabime të tilla.

Gabimet e nxënësve sipas formës moderne të të mësuarit të trapezit

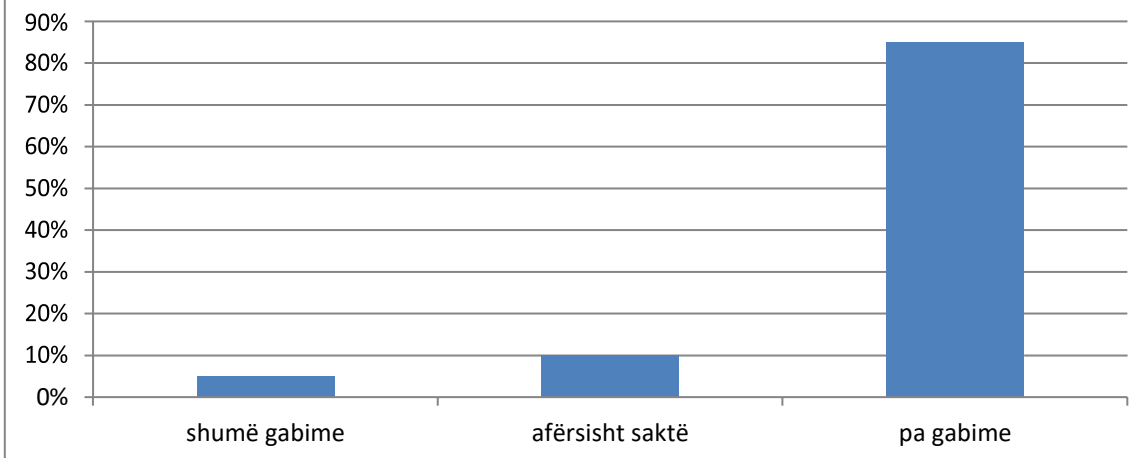


Figura 43. Gabimet e nxënësve sipas forms moderne të të mësuarit të trapezit

7. HULUMTIMI, OBJEKTI I HULUMTIMIT, MOSTRA, REZULTATET, KOMENTIMI I REZULTATEVE

Duke trajtuar literaturën e shkarkuar nga interneti dhe duke u konsultuar me _____, në lidhje me rolin e implementimit të softuerëve në mësimin e matematikës, është vërejtur se përdorimi i këtyre softuerëve shënon një rritje të theksuar në mësimin e lehtë të matematikës.

Metoda e punës të cilën kemi shfrytëzuar, qëndron mbi analizën e nxënësve të shkollave të mesme në Prizren.

Studimet tona janë drejtuar kah vëzhgimi. Grumbullimin e të dhënave e kemi bërë me nxënës të shkollave të mesme. Mostrat studimore janë nxjerrë si një objekt studimi nga nxënësit dhe mësimdhënësit.

Deri sa kriter studimi ishte:

Forma e modernizuar e të mësuarit të matematikës dhe ndikimi te nxënësit në konceptimin dhe nxënien e mësimëve.

Numri i respondentëve, të cilët u përgjigjën në procesin mësimor në formën klasike dhe në formën moderne është 112 nxënës. Mbledhja e të dhënave është bërë në mënyrë periodike: nga e hëna në ora 08:00 deri në orën 11:00, e deri të premten nga ora 08:00 deri në orën 11:00. Të dhënat e çdo respondenti janë marrë vetëm një herë dhe janë analizuar në kushte anonimiteti.

Për të përpunuar të dhëna, përveç statistikës që është aplikuar në mënyrë të vecantë për secilin rast, janë përdorur edhe instrumente matëse.

Tabela 1. Lista referente për instrumentet matëse

Profili demografik i të anketuarve studiohet nëpërmjet:

- suksesit,
- gjinisë,
- moshës dhe
- kohëzgjatjes së kryerjes së detyrave.

Rezultatet në lidhje me suksesin e nxënësve pjesëmarrës, jepen në grafikun e mëposhtëm:

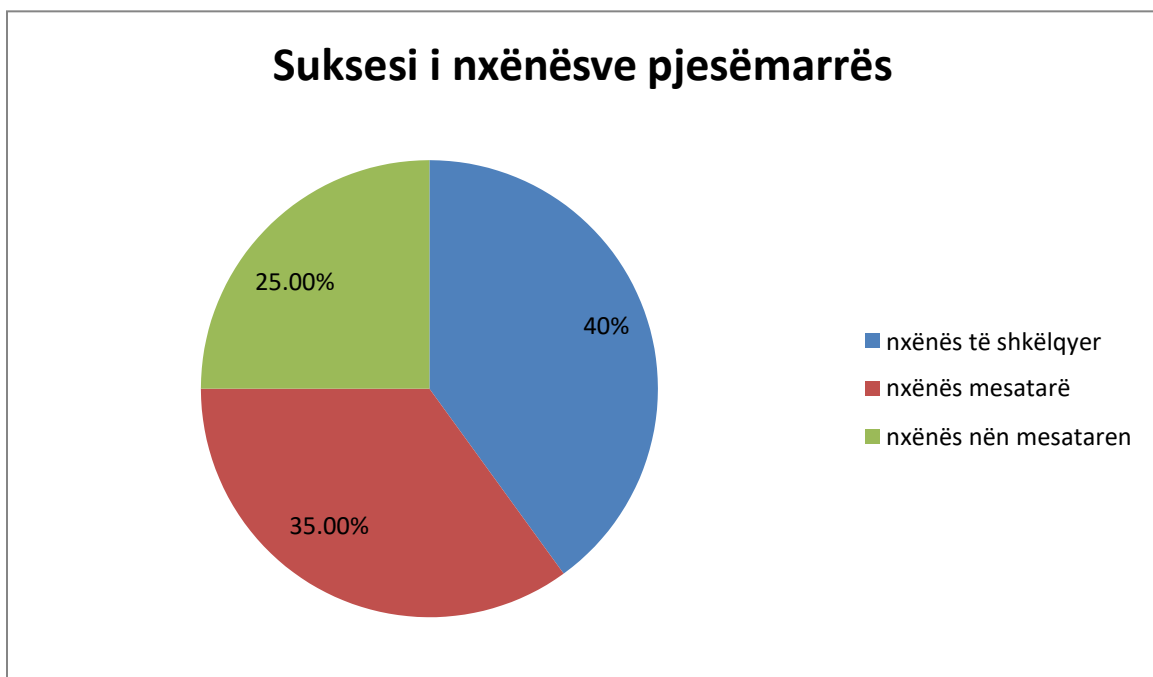


Figura 44. Suksesi i nxënësve pjesëmarrës

Gjinia

Në anketë morrën pjesë 112 nxënës pjesëmarrës, prej të cilëve 52 femra dhe 60 meshkuj.

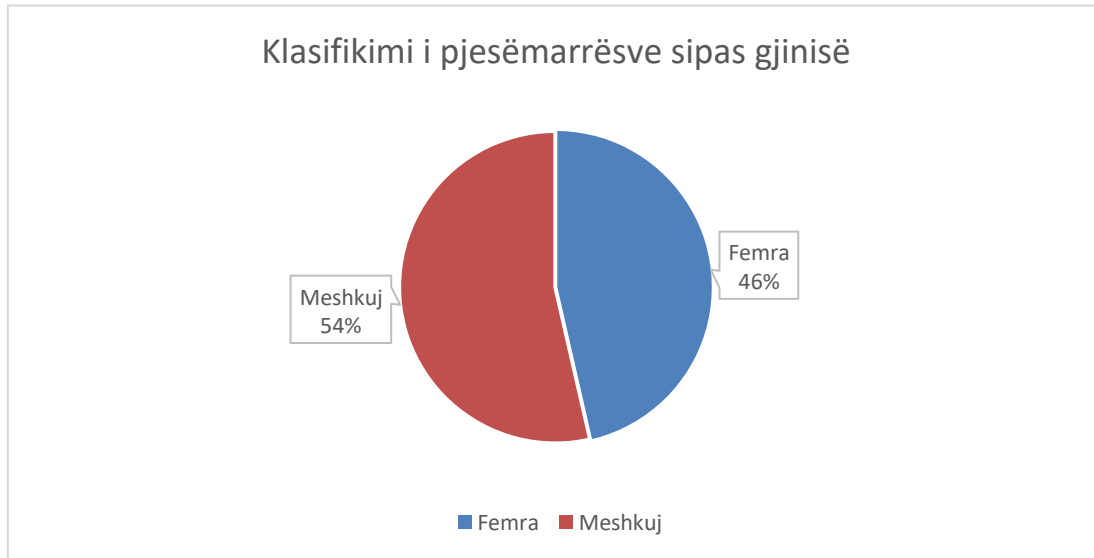


Figura185. Klasifikimi në bazë të gjinisë

Tabela 2. Tabela e gjinisë e ndarë në frekuencë

	Frekuenca
Meshkuj	60
Femra	52
Totali	112

Mosha

Një nga elementet e profilit demografik është mosha e kandidatëve pjesëmarrës. Nga të dhënat e tabelës së mëposhtme, rreth 83.7 % e të intervistuarve janë nën moshën 17 vjeç. Vlen të përmendet se 0.2% e të intervistuarve janë 18 vjeç.

Tabela 3. Tabela e moshës e ndarë në përqindje

	Përqindja
nën 17 vjeç	83.7 %
Mes 17 dhe 18	16.1 %
18 vjeç	0.2 %
Totali	100%

Kohëzgjatja e kryerjes së detyrave

Rreth 58.2 % e të anketuarve kanë nga 1-5 minuta punë në konstruktive, me ndihmën e Softuerit, ndërsa 5-10 minuta punë në konstruktive kanë rreth 35.6 % e nxënësve. Në grafikun e mëposhtëm paraqitet kohëzgjatja e kryerjes së detyrave.

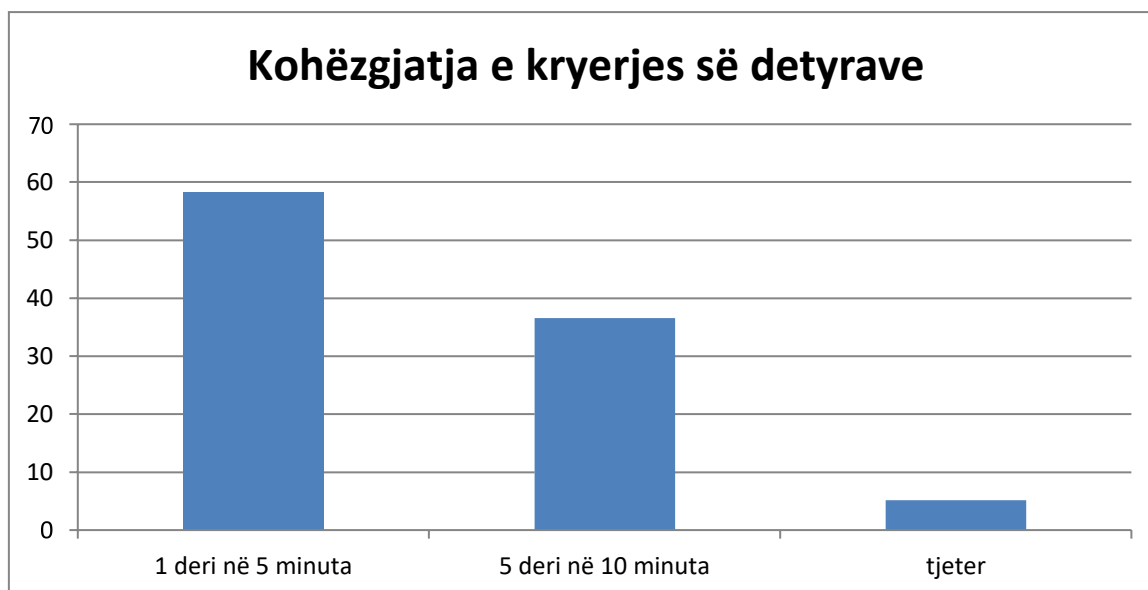


Figura 46. Kohëzgjatja e kryerjes së detyrave

Pastaj, vazhdohet me marrjen e vendimit mbi pyetjet e dhënë, ku bëhen llogaritjet statistikore dhe merret vendimi se:

Forma e modernizuar e të mësuarit të matematikës ndikon te nxënësit në konceptimin dhe nxënien e mësimeve.

Sipas hulumtimeve teorike dhe praktike, janë gjeneruar këto konkluzione, të cilat gjenden në kapitullin në vijim.

8. PËRFUNDIME

Bazuar në këtë, çdo ditë hasim fenomenin se si nxënësit gjithnjë e më shumë zhyten në përdorimin e teknologjisë. Nëse një nxënës, ndërmjet moshës 15 dhe 18 vjeç, merret 5 dekada më parë, ne shohim që ky nxënës kalon kohën e tij të lire jashtë shtëpisë dhe kohën e tij të të mësuarit e kalon në shtëpi, ku burimi i vetëm i informacionit për të mësuar është libri. I njëjti nxënës në ditët e sotme nuk ndan kohën e lire dhe kohën për mësim, pasi teknologjia (telefoni, kompjuteri, ...) i ofron të gjitha në të njëjtën kohë dhe në të njëjtin vend. Pra, për një nxënës, pasi ai ose ajo përballlet me përvoja teknologjike, me qëllim ose pa qëllim (sipas mendimit të tij ose të saj, ato janë përvoja të bukura), atëherë ai/ajo është pothuajse e pamundur të bindet të largohet nga teknologjia dhe të mësojë nga libri.

Në përgjithësi, hulumtimet tregojnë se nxënësit janë shumë të gatshëm të mësojnë gjeometrinë përmes softuerit GeoGebra. Ata janë shumë më kuriozë dhe frekuentimi në shkollë është shumë më i madh.

Mendimi kritik dhe interesimi janë shumë më të mëdha, kur punohet përmes këtij softueri. Forma klasike, mjetet gjeometrike janë shumë të përshtatshme për mësimdhënie. Por, probabiliteti i gabimit është shumë i lartë. Pasiguria, ngecja prapa në hapat e konstruktimit, heqja dorë nga mësimi, me idenë se mësimnxënia është e vështirë, janë disa nga karakteristikat e nxënësve, veçanërisht në nxënësit mesatarë dhe nën mesataren. Nxënësit mbi mesataren nuk hasin probleme në asnjë nga format e shpjegimit. Kërkimet tregojnë se shpjegimi përmes GeoGebra tërheqë më shumë nxënës për të mësuar matematikën. Figurat gjeometrike, përmes GeoGebra, rezultojnë të jenë më të qarta kur nxënësit konstruktojnë vetë në program.

LITERATURA DHE REFERENCA

- [1.]Vesa Mollakuqe, Elissa Mollakuqe “Characteristic points of a triangle presented through the GEOGEBRA software, Towards Sustainable Development – TSD, Mother Teresa Univeristy, Skopje 2019
- [2.]Vesa Mollakuqe, Shpetim Rexhepi, Egzona Iseni ‘Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it’s Comparison with the Classical Method of Teaching, Mother Teresa University, Skopje, NORTH MACEDONIA, International Electronic Journal of Mathematics Education, 2021 - Volume 16 Issue 1, Article No: em0616, <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>
- [3.]Zejnnullahu R, Baxhaku, *Matematika 6*, Dukagjini 2005
- [4.]Zejnnullahu R, Baxhaku, *Përmbledhje detyrave nga Matematika 6*, Dukagjini 2005
- [5.]Zejnnullahu R, Baxhaku, *Matematika 7*, Dukagjini 2005
- [6.]Zejnnullahu R, Baxhaku, *Përmbledhje detyrave nga Matematika7*, Dukagjini 2005
- [7.]Zejnnullahu R, Gjergji R, Berisha F, Zejnnullahu A, Limani R, *nga Matematika 8*, Dukagjini 2005
- [8.]Zejnnullahu R, Gjergji R, Berisha F, Zejnnullahu A, Limani R, *Përmbledhje detyrave nga Matematika 8*, Dukagjini 2005
- [9.]John H. Heinbockel, *Geometry*, 2017, <http://www.math.odu.edu/~jhj/johnh.html>
- [10.] Arreola, R. A. (1995). Developing a comprehensive faculty evaluation system. Bolton, MA: Anker Publishing.
- [11.] Encyclopedie Generale Larousse, Tome II Mathematiques, Librairie Larousse, Paris, 1967, pages 96-97
- [12.] Triangles properties and types, GMAT GRE Geometry Tutorial, MBA Crystal Ball, <https://www.mbacrystalball.com/blog/2015/10/16/triangles-properties-types-geometry/>
- [13.] Zejnnullahu R, Gjergji R, Berisha F, Zejnnullahu A, Limani R, *Matematika 9*, Dukagjini 2006, pages 68-75
- [14.] Berisha M, Kamberi D, Gjergji R, Zejnnullahu R, *Perrmbledhje deryrash nga Matematika*, Libri Shkollor, Prishtinë, 1999, pages 180-220

- [15.] Geogebra Software, version 6.0, Dynamic Math for Everyone, <https://www.geogebra.org/?lang=en>
- [16.] Zeidler, Eberhard, [Oxford Users' Guide to Mathematics](#). Oxford University Press 2004, ISBN 978-0-19-850763-5.
- [17.] Benson, L., Schroeder, P., Lantz, C., and Bird, M. (n.d.). *Student Perceptions Of Effective Professors*. July 24, 2009, from www.usfca.edu/ess/sym2001/PDFbooks/
- [18.] Braskamp, L. A. (2000). Toward a more holistic approach to assessing faculty as teachers. In K. E. Ryan (Ed.), *Evaluating teaching in higher education: A vision for the future. New directions for teaching and learning*, 109-123. San Francisco, Ca: Jossey-Bass
- [19.] Braskamp, L. A., & Ory, J. C. (1994). *Assessing faculty work: Enhancing individual and instructional performance*. San Francisco, CA: Jossey-Bass. Centra, J. A. (1993). *Reflective faculty evaluation*, San Francisco, CA: Jossey-Bass
- [20.] Chang, T.S. (2001). *The effect of system administration on faculty attitudes toward student ratings*. Hualien, Taiwan: National Hualien Teachers College
- [21.] Cuseo, J. (n.d.). *The case for student evaluation of college courses*. Policy Center on the First Year of College from <http://www.brevard.edu/fyc/fya/CuseoLink.htm>
- [22.] Cohen, P. A. (1981). Student Ratings of Instruction and Student Achievement: A Meta-Analysis of Multisection Validity Studies. *Review of Educational Research* 51, 281-309.
- [23.] Davis. B. G. (1993). *Tools for Teaching* Jossey-Bass Publishers: San Francisco [25.] Deggs, D.M., Machtmes. K.L., and Johnson.E. (August 2008). The Significance Of Teaching Perspectives Among Academic Disciplines. *College Teaching Methods & Styles Journal*. 4(8) from <http://www.cluteinstitute-onlinejournals.com/index.cfm>
- [24.] Doyle, K. O. (1983). *Evaluating Teaching*, San Francisco: New Lexington Press.
- [25.] Doyle.T. (n.d.). *Evaluating Teachers Effectiveness*, from ferris.edu/fctl/Teaching_and_Learning_Tips/.../EvalTeachEffec.html.
- [26.] Fink, L. D. (n.d.). *Ideas on Faculty Assessment & Professional Development*. April 3, 2006, from <http://www.ncrel.org/sdrs>.
- [27.] Franklin, J. (2001). Interpreting the numbers: Using a narrative to help others read student evaluations of your teaching accurately.

- [30.] In K. G. Lewis (Ed.), *Techniques and strategies for interpreting student evaluations. New Directions for Teaching and Learning*, 87, 85-99. San Francisco, Ca: Jossey-Bass.
- [31.] Hamm, P.H. (Rev.2008). *Teaching and Persuasive Communication: Class Presentation Skills*.
- [32.] The Harriet W. Sheridan Center for Teaching and Learning: from http://www.brown.edu/Administration/Sheridan_Center/publications/preskills.html
- [33.] Hoyt, M. P., & Pallett, W. H. (1999). *Appraising teaching effectiveness: Beyond student ratings*. IDEA. Paper No. 36. Kansas State University, Center for Faculty Evaluation and Development, from <http://www.idea.ksu.edu/products/Papers.html> 16.
- [34.] Kochkar, S.K. (2000). *Methods And Techniques Of Teaching*. New Delhi: Sterling
- [35.] Kulik, J., A. (2001). Student ratings: Validity, Utility, and controversy. In M. Theall, P. C. Abrami, & L.A. Mets (Eds.), *The student ratings debate: Are they valid? how can we best use them? New directions for Institutional Research*, 109, 9-25. San Francisco, Ca: Jossey-Bass.
- [36.] McCarthy, P. (1992). *Common Teaching Methods. From* <http://honolulu.hawaii.edu/intranet/committees/FacDevCom/guidebk/teachtip/comteach.htm>
- [37.] Montgomery, M.J. (n.d.). *An Analysis Of Student Feedback Systems*. From <http://www.sdsu.edu/campusinfo/mission.html>
- [38.] Ory, J. C. (2001). Faculty thoughts and concerns about student ratings. In K.G. Lewis (Ed.), *Techniques and strategies for interpreting student evaluations. New Directions for Teaching and Learning*, no. 87. (pp.3-15). San Francisco, Ca: Jossey-Bass
- [39.] Ory, J. C., and Ryan, K. (2001). How does Student Ratings Measure up to a New Validity Framework? In M. Theall, P. Abrami, and L. Mets (eds.) *The Student Ratings Debate: Are they Valid? How can we best Use Them?*
- [40.] *New Directions for Institutional Research*, no. 109, San Francisco: Jossey-Bass.
- [41.] Pratt, D. (1997). Reconceptualizing the evaluation of teaching in higher education. *Higher Education*, 34, 23-44.

- [42.] Scriven, M. (1995). Student ratings offer useful input to teacher evaluations. *Practical Assessment, Research and Evaluation*, (7), 1-5. from <http://ericae.net/pare/getvn.asp?v=4&n=>
- [43.] Seldin, P. (1999) *Changing Practices in Evaluating Teaching*. Bolton, Mass: Anker.
- [44.] Singh, U.K and Sudarshan, K.N. (2005). *Teacher Education*. New Delhi Discovery Publishing House.
- [45.] Sullivan, RL & McIntosh, N. (1996). *Delivering Effective Lectures*. from http://cte.umdj.edu/traditional_teaching/traditional_lecture.cfm
- [46.] Svinicki, M. (2001). *Encouraging your Students to give Feedback In Techniques and Strategies for Interpreting Student Evaluations*, Lewis. K.(Ed). Jossey-Bass: San Francisco.
- [47.] Theall, M. (n.d.). *Students Ratings: Myths vs. Research Evidence*. From <https://studentratings.byu.edu/info/faculty/myths.asp>
- [48.] Theall, M., and Franklin, J. (1990). *Student Ratings of Instruction: Issues for Improving Practice*
- [49.] New Directions for Teaching and Learning, no. 43. San Francisco: Jossey-Bass
- [50.] Theall, M. and Franklin, J. (2001).
- [51.] *Looking for Bias in all the Wrong Places – A Search for Truth or a Witch Hunt in Student Ratings of Instruction?*
- [52.] In The Student Ratings Debate: Are they Valid? How Can We Best Use Them? Theall, P., Abrami, L. and Lisa Mets (Eds.) New Directions in Educational Research, no. 109. San Francisco: Jossey-Bass.
- [53.] *Typical Teaching Situations* A handbook for Faculty and Teaching Assistants (n.d.). from http://trc.virginia.edu/Publications/Teaching_UVA/III_Case_Method.htm#
- [54.] Dunn, J.A., and Pretty, J.E., Halving a triangle, [Mathematical Gazette](#)
- [55.] Longuet-Higgins, Michael S., On the ratio of the inradius to the circumradius of a triangle, [Mathematical Gazette](#)

- [56.] Chong Chee Keong, Sharaf Horani and Jacob Daniel (Dec 2005). A Study on the Use of ICT in Mathematics Teaching, *Malaysian Online Journal of Instructional Technology (MOJIT)*.2(3), 43–51
- [57.] Fuchs, K. J. (2001). Computer Algebra Systems in Mathematics Education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 35(1), 20–23
- [58.] Heid, M. (1988). Resequencing Skills and Concepts in Applied Calculus Using the Computer As A Tool. *Journal of Research in Mathematics*, 19(1), 3–25
- [59.] Horton, R.M., Storm, J., & Leonard, W. H. (2004). The Graphing Calculator as an Aid to Teaching Algebra. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 4(2), 152–162.
- [60.] Johnson, D. and Buege, J. (1995). Rethinking the Way We Teach Undergraduate Physics and Engineering with Mathematica. *Mathematics with Vision: Proceedings of the First International Mathematica Symposium*, 233–242.
- [61.] Kendal, M. and Stacey, K. (2002). Teacher in Transition: Moving towards CAS-supported Classroom. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 34(5): 196–201.
- [62.] Kong and Kwok (1999). An Interactive Teaching and Learning Environment for Graph Sketching. *Computers and education*, 32(1), 1–17
- [63.] Perjesi, I.H. (2003). Application of CAS for Teaching of Integral-Transforming Theorems. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 35(2), 43–47
- [64.] Berge, Z.L. 1999, 'Interaction in post-secondary web-based learning', *Educational Technology* 18(1), 5–11.
- [65.] R. Sutherland, N. Balacheff, Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 4, (1999), 1-26
- [66.] D. Crowe, H. Zand, Computers and undergraduate mathematics I: setting the scene, *Computers & Education*, (2000), 95-121.
- [67.] Engelbrecht, Johann, and Ansie Harding. "Teaching Undergraduate Mathematics on the Internet. Part 2: Attributes and Possibilities." *Educational Studies in Mathematics*, vol. 58, no. 2, 2005, pp. 253–276. *JSTOR*, www.jstor.org/stable/25047149.

- [68.] Becker, D. and Dwyer, M. 1998, 'The impact of student verbal/visual learning style preference on implementing groupware in the classroom', *Journal of Asynchronous Learning Networks* 2(2), 61–69 from <http://www.aln.org/publications/jaln/index.asp>.
- [69.] Peschek, W. and Schneider, E. (2002). CAS in General Mathematics Education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 34(5), 189–195. Royrvik, O. (2002).
- [70.] Teaching Electrical Engineering Using Maple. *International Journal of Electrical Engineering*, 39(4): 297–300. Tall, D. (1991).
- [71.] C. Leinbach, D. C. Pountney, T. Etchells, Appropriate use of a CAS in the teaching of mathematics, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, 33, (2002), 1-14.
- [72.] H. Perjési, M. Klincsik, An Interactive Method of Teaching Vectorcalculus via Internet ODL Networking for Quality Learning, Lisbon (2000) Conference Proceedings 67-71.
- [73.] Allen, G.D. 2001, 'Online calculus – the course and survey results', *Computers in the Schools* 17(1/2), 17–30.
- [74.] Allen, G.D., Stecher, M. and Yasskin, P.B. 1998, The Web-Based Mathematics Course, a survey of the required features for an on-line math course, *Syllabus Magazine*, Nov/Dec 1998.
- [75.] Klincsik Mihály, Perjésiné Hámori Ildikó: Vektoranalízis muszaki, fizikai és MAPLE alkalmazásokkal University Press Pécs, (1999)
- [76.] Kazutoshi Aso, Visual images as educational materials in Mathematics, *Community College Journal of Research and Practice*, 25, (2001), 355-360.
- [77.] Recent Developments in the Use of the Computer to Visualize and Symbolize Calculus Concepts. *MAA Notes*, 20, 15–25. Tonkes, E. J., Loch, B. I., and Stace, W. (2005). An Innovation Learning Model for Computation in First Year Mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(7):751–758.
- [79.] Ward, J. P. (2003). Modern Mathematics for Engineers and Scientists. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(1), 37–44
- [80.] C. E. A. (2003) Elementet e gjeometrisë: me ushtrimedhegjeometritëbusullës. Universitetii Medellin.

- [81.] Campos, F., Cerecedo, F. J. (2014). *Matematikë 2*. Grupo Editoriale Patria.
- [82.] Freed, K. (2007). *Zbulonishumëkëndëshat*. Kompania e Arsimit Bench.
- [83.] Hendrik, V. (2013). *Shumëkëndëshat e përgjithësuar*. Birkhäuser.
- [84.] IGJER (s.f.) *Matematikë Semestri parë Tacaná*. IGJER
- [85.] *Gjeometria e Jr. (2014) Poligone*. Lulu Press, Inc.
- [86.] Miller, Heerendhe Hornsby. (2006). *Matematika: Arsyetim dhe Zbatimet (Botimii Dhjetë)*. Edukimi Pearson.
- [87.] Patiño, M. (2006). *Matematikë 5. Progresi* Redaktues.
- [88.] Ashley Rose Martinez, *The Effects of Using GeoGebra on Student Achievement in Secondary Mathematics*, Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Arts in Education, California State University, Monterey Bay May 2017
- [89.] Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2012). *Curricular coherence and the common core state standards for mathematics*. *Educational Researcher*, 41(8), 294-308
- [90.] Haydon, T., Hawkins, R., Denune, H., Kimener, L., McCoy, D., & Basham, J. (2012). *A comparison of iPads and worksheets on math skills of high school students with emotional disturbance*. *Behavioral Disorders*, 37(4), 232-243.
- [91.] Vu, P. H. (2013). *An inquiry into how iPads are used in classrooms*. (Doctoral Dissertation) Retrieved from <http://www.eric.ed.org>.
- [92.] Bloemsma, M. S. (2013). *Student engagement, 21st century skills, and how the iPad is...* (Doctoral Dissertation). Retrieved from ProQuest, UMI Dissertation Publishing. (Accession: 3566043).
- [93.] International GeoGebra Institute (IGI). (May 2016). *GeoGebra (Version 5.0.232) [Mobile application software]*. Marrë nga: <https://itunes.apple.com/us/app/geogebra/id687678494?mt=8>
- [94.] Kutluca, T. (2013). *The effect of geometry instruction with dynamic geometry software; GeoGebra on Van Hiele geometry understanding levels of students*. *Educational Research and Reviews*, 8, 1509-1518.
- [95.] Hutkemri Zulnadi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge*

On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics,
<https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>

- [96.] Hutkemri Zulnaidi, MALAYSIA Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, *The Effectiveness of the GeoGebra Software: The Intermediary Role of Procedural Knowledge On Students' Conceptual Knowledge and Their Achievement in Mathematics,*
<https://core.ac.uk/download/pdf/205916284.pdf>
- [97.] GeoGebra application: <https://www.geogebra.org/about>

LISTA E FIGURAVE

Figura 1. Paneli i softuerit GeoGebra	16
Figura 2. Qendra e rrethit.....	18
Figura 3. Harku, korda, tangjenta, diametri	19
Figura 4. Segmenti AB - Tetiva e rrethit	20
Figura 5. Segmentet AB, CD – tetivat e rrethit.....	21
Figura 6. Potenca	21
Figura 7. Tangjenta	22
Figura 8. Katërkëndëshi tetival	22
Figura 9. Kënde periferike	23
Figura 10. Tangjeta e përbashkët e rrahëve	24
Figura 11. Katërkëndëshi tetival	24
Figura 12. Këndi qendror	25
Figura 13. Këndi qendror dhe periferik	25
Figura 14. Këndi periferik.....	26
Figura 15. Gjatësia e harkut	26
Figura 18. Syprina e unazës rrethore	28
Figura 20. Tangjentat e rrethit	30
Figura 21. Rrethi i brendashkruar dhe i jashtashkruar në një gjashtëkëndësh të rregullt	31
Figura 22. Rrethi i jashtashkruar në katror	32
Figura 24. Konstruktimi i detyrës duke përdorur metodën klasike.....	34
Figura 25. Pika e takimit, e zgjeruar	35
Figura 26. Vija rrethore dhe simetralet, të trashura	36
Figura 28. Plotësimi i hapësirave.....	38
Figura 32. Ortoqendra në GeoGebra.....	46
Figura 33. Rrethi i brendashkruar	48
Figura 35. Konstruktimi i qendrës së rrethit të jashtashkruar sipas metodës klasike	50
Figura 36. Rrethi i jashtashkruar.....	51
Figura 38. Drejtkëndëshi.....	53

Figura 39. Lloje të ndryshme trapezash	54
Figura 40. Trapezi	54
Figura 41. Këndet e trapezit	55
Figura 43. Gabimet e nxënësve sipas formës moderne të të mësuarit të trapezit	57
Figura 44. Sukseset e nxënësve pjesëmarrës	59
Figura 45. Klasifikimi në bazë të gjinisë	60
Figura 46. Kohëzgjatja e kryerjes së detyrave	61

LISTA E TABELAVE

Tabela 1. Lista referente për instrumentet matëse	59
Tabela 2. Tabela e gjinisë e ndarë në frekuencë	60
Tabela 3. Tabela e moshës e ndarë në përqindje.....	61